

Enseigner le CALCUL MENTAL

Animation pédagogique



2019 – 2020

Circonscription Auxerre III

www.ac-dijon.fr

CPC Nathalie Hutin

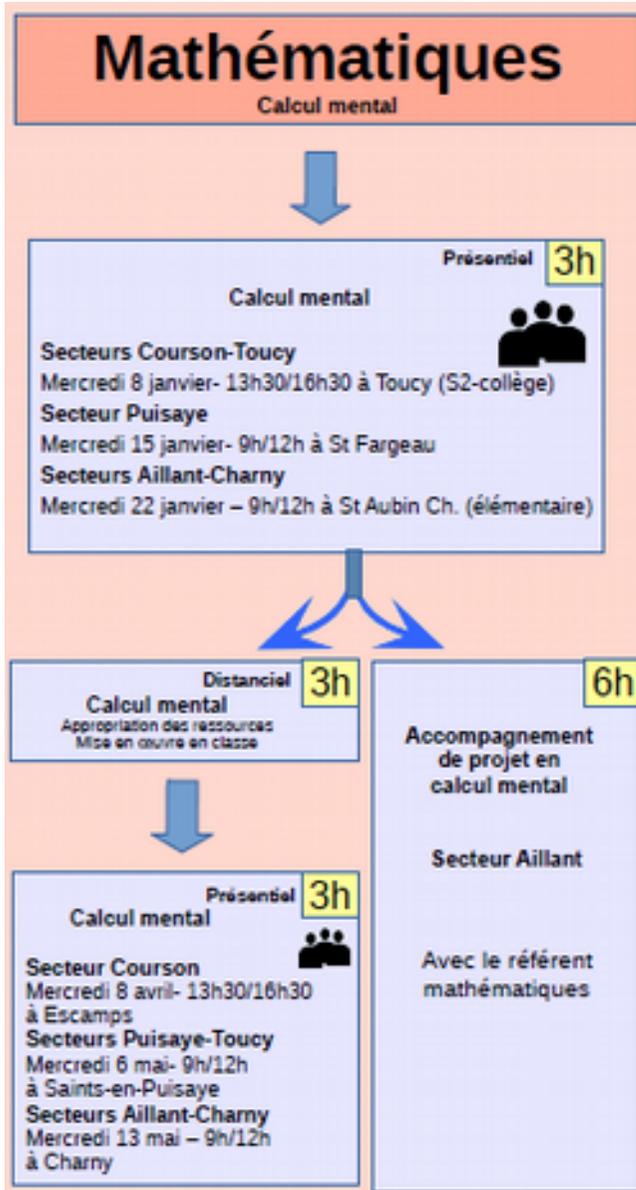


RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



Organisation des 9 h



**Le calcul
mental
3 h présentiel**

**Appropriation des
ressources
Mise en œuvre dans
les classes
3 h distanciel**

**Retours
d'expériences
Partage de pratiques
3 h présentiel**

Objectifs de ces 9 h

S'entendre sur le vocabulaire

Identifier les enjeux du calcul mental et les méthodes

Concevoir l'enseignement du calcul mental

S'approprier des ressources

Organiser des séances et séquences de calcul mental

Partager les pratiques

Évaluer les acquis

Présentation temps 1

I – Le calcul : des définitions



II – Le calcul mental



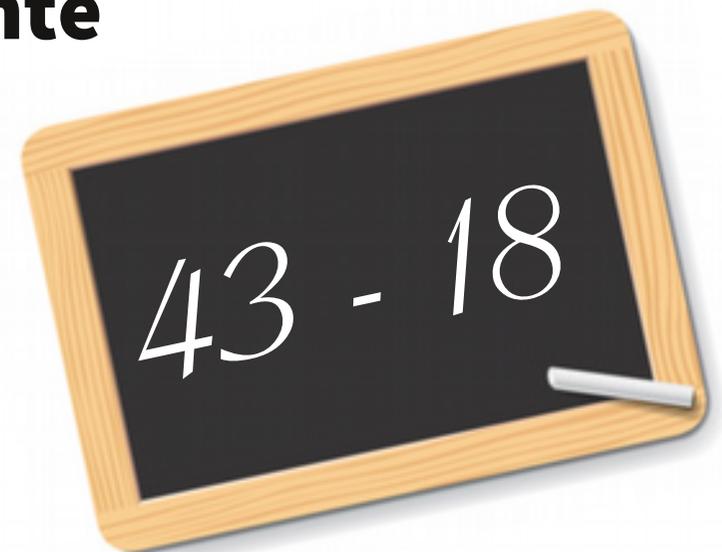
III – L'enseignement du calcul mental

IV – Pour conclure...

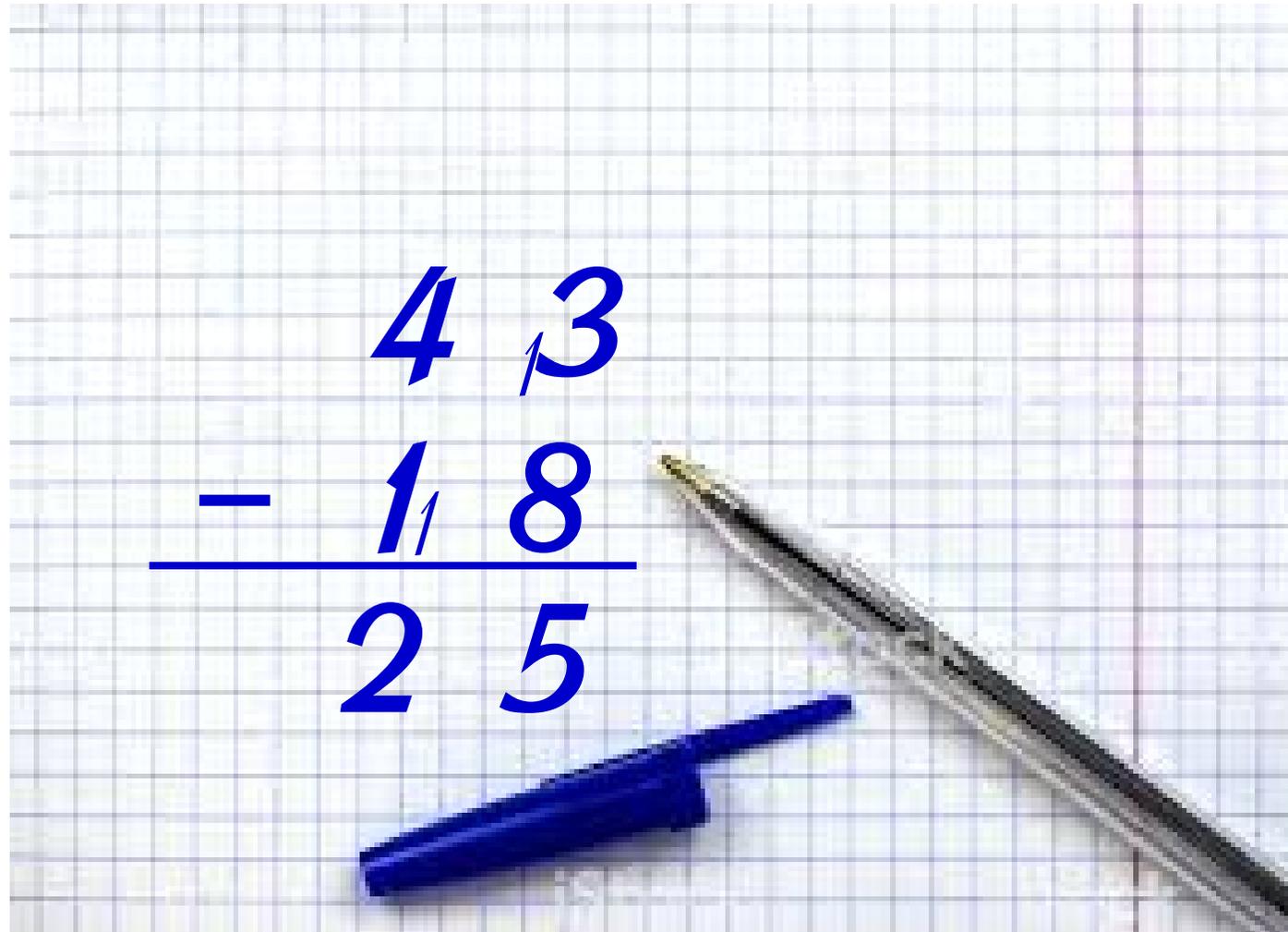
Vous avez dit CALCUL ?

Que recouvrent ces différentes expressions ?

- calcul **posé**
- calcul **en ligne**
- calcul **instrumenté**
- calcul **mental**



Le calcul posé



Calcul posé : usage d'une technique opératoire.

Le calcul en ligne

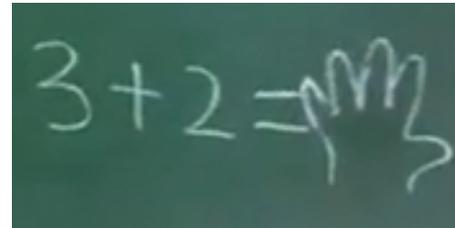
$$\begin{aligned}
 43 - 18 &= 43 - 10 - 8 \\
 &= 33 - 3 - 5 \\
 &= 30 - 5 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

Un exemple

Calcul en ligne : écrits (partiels) des calculs intermédiaires. libère de la mémoire de travail.

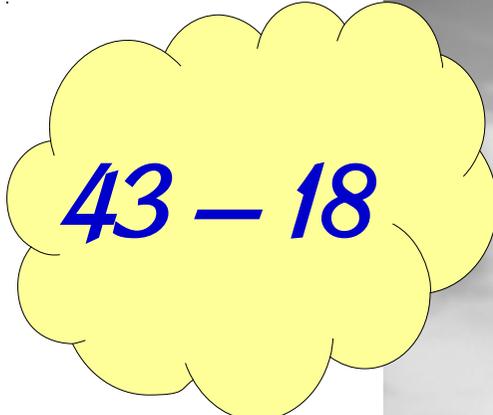
Le calcul en ligne permet de soumettre aux élèves des calculs qui pourront être traités mentalement plus tard.

Le calcul instrumenté



Calcul instrumenté : calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels : abaque, boulier, calculatrice... mais aussi cubes, bâtonnets, doigts...

Le calcul mental


$$43 - 18$$



Calcul mental : modalité de calcul sans recours à l'écrit, si ce n'est éventuellement pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève.

Calcul mental, en ligne, posé OU instrumenté ?

- différents modes de calcul, à construire en interaction
- chacun fait l'objet d'un entraînement spécifique

Il s'agit d'amener les élèves à faire preuve d'autonomie et d'initiative en choisissant la forme de calcul la plus adaptée.

Un exemple

$$\begin{aligned}
 43 - 18 &= 43 - 20 + 2 \\
 &= 23 + 2 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

Calcul réfléchi (ou calcul raisonné) : calcul qui se fait par décomposition des nombres et propriétés des opérations. Il peut être mental ou écrit.

Le calcul rapide ?



**Le calcul rapide =
critère de performance de restitution
des résultats mémorisés et des procédures
automatisées**

Le calcul approché ?

Calculer

- calculer avec des nombres décimaux et des fractions simples de manière exacte **ou approchée**, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations) ;
- **contrôler la vraisemblance de ses résultats** ;
- utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Programmes 2018



Le calcul approché permet de donner un ordre de grandeur.

Les différents calculs

	réfléchi	automatisé
Calcul écrit	Procédures construites ou reconstruites pour des calculs exacts ou approchés.	Techniques opératoires : calcul posé
Calcul de tête		Restitution immédiate de résultats mémorisés. Mobilisation de procédures automatisées
Calcul instrumenté		Utilisation usuelle d'instruments de calcul

Calcul mental

Pourquoi le calcul mental ?

Dans la vie quotidienne

Rendre la monnaie (complément à...)

Vérifier un ticket de caisse (calcul approché)
Calcul du prix après réduction (pourcentages)



Les proportions dans une recette (proportionnalité)

Mais aussi trouver la quantité de matériaux (surfaces, longueurs),
estimer une durée de trajet....

« ... les mathématiques fournissent des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne... »

Pourquoi le calcul mental ?

En classe

Intérêts pédagogiques :

→ en lien avec tous les domaines mathématiques

Espace et géométrie

Ex : Trouver le milieu
d'un segment
Agrandir une figure

Grandeurs et mesures

Ex : monnaie, périmètre...

**CALCUL
MENTAL**

Résolution de problèmes

Nombres et calcul



Le calcul mental

Calcul et résolution de problèmes

De bonnes capacités en calcul mental permettent de :

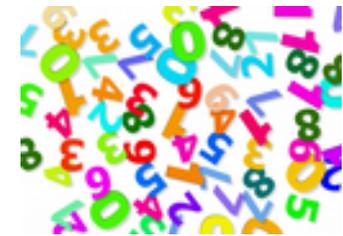
Libérer de l'espace dans la
mémoire de travail

Accroître les capacités d'initiative



Le calcul mental

Calcul et connaissance du nombre



**Calculer,
c'est « faire parler »
les nombres,**



c'est jouer avec leurs propriétés
et avec les propriétés des opérations.

Pourquoi le calcul mental ?

Pour aussi

Développer des habiletés et des méthodes.

Développer l'esprit critique.



Et accroître le plaisir de jouer avec les nombres !

Objectif

Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu.



Programmes 2018

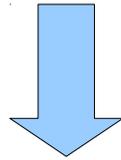
Le calcul mental

Sur quoi s'appuie le calcul mental ?



Le calcul mental

Calcul mental



**apprentissage et mémorisation
d'automatismes**

...

Automatisé ? Jusqu'où ?

+

$4 + 1$

$6 + 4$

$32 + 18$

$250 + 650$

$127 + 90$

$774 + 389$

-

$6 - 1$

$19 - 7$

$100 - 40$

$37 - 22$

$260 - 115$

$774 - 389$

×

5×2

7×8

15×10

6×15

6×17

39×102

÷

$10 \div 2$

$100 \div 4$

$63 \div 7$

$17200 \div 100$

$95 \div 5$

$972 \div 27$

Testons nos limites



Automatisé ? Jusqu'où ?

Notre aisance calculatoire est fortement corrélée à des connaissances d'automatismes riches.



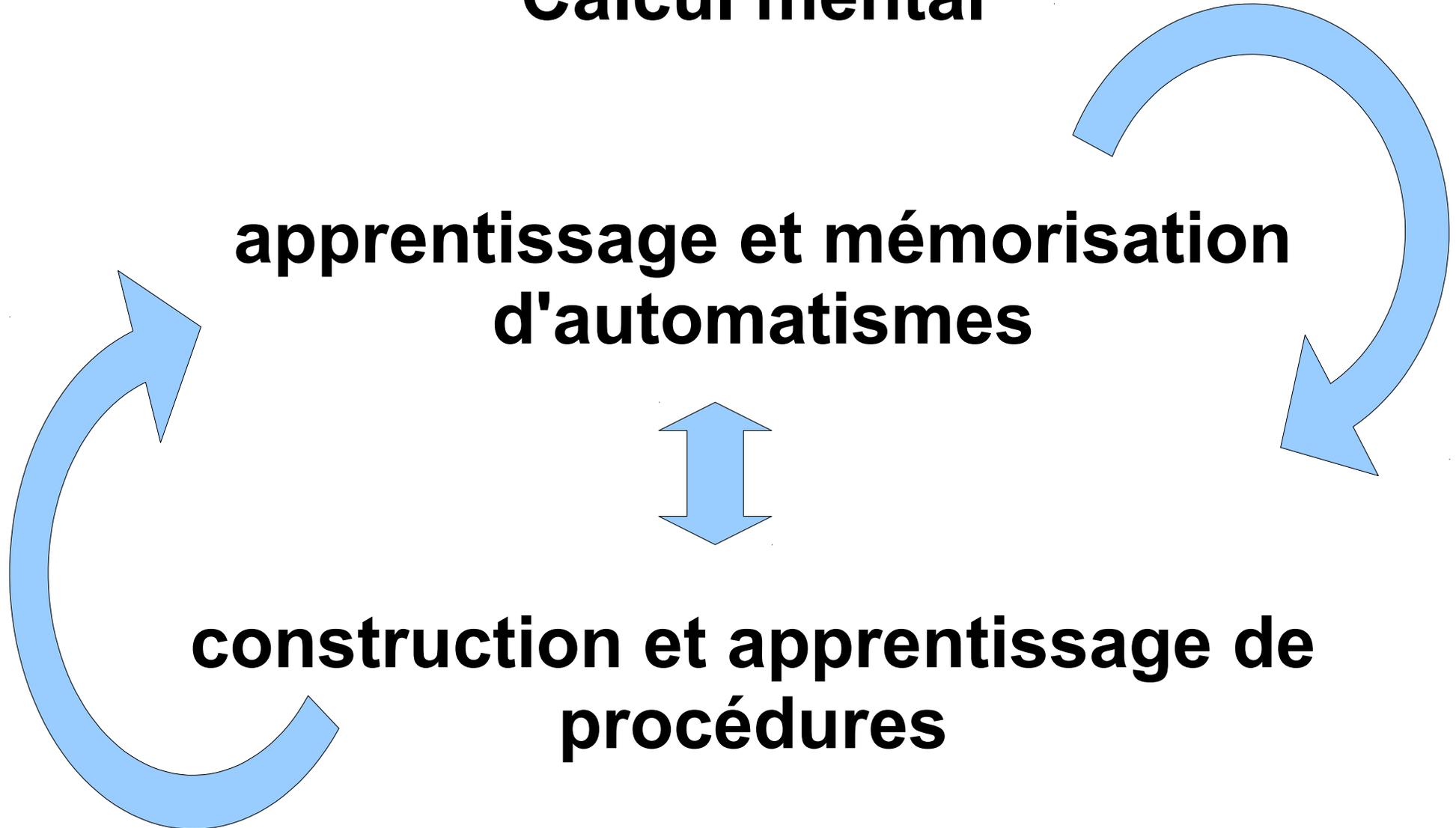
D'où viennent ces automatismes ?

Le calcul mental

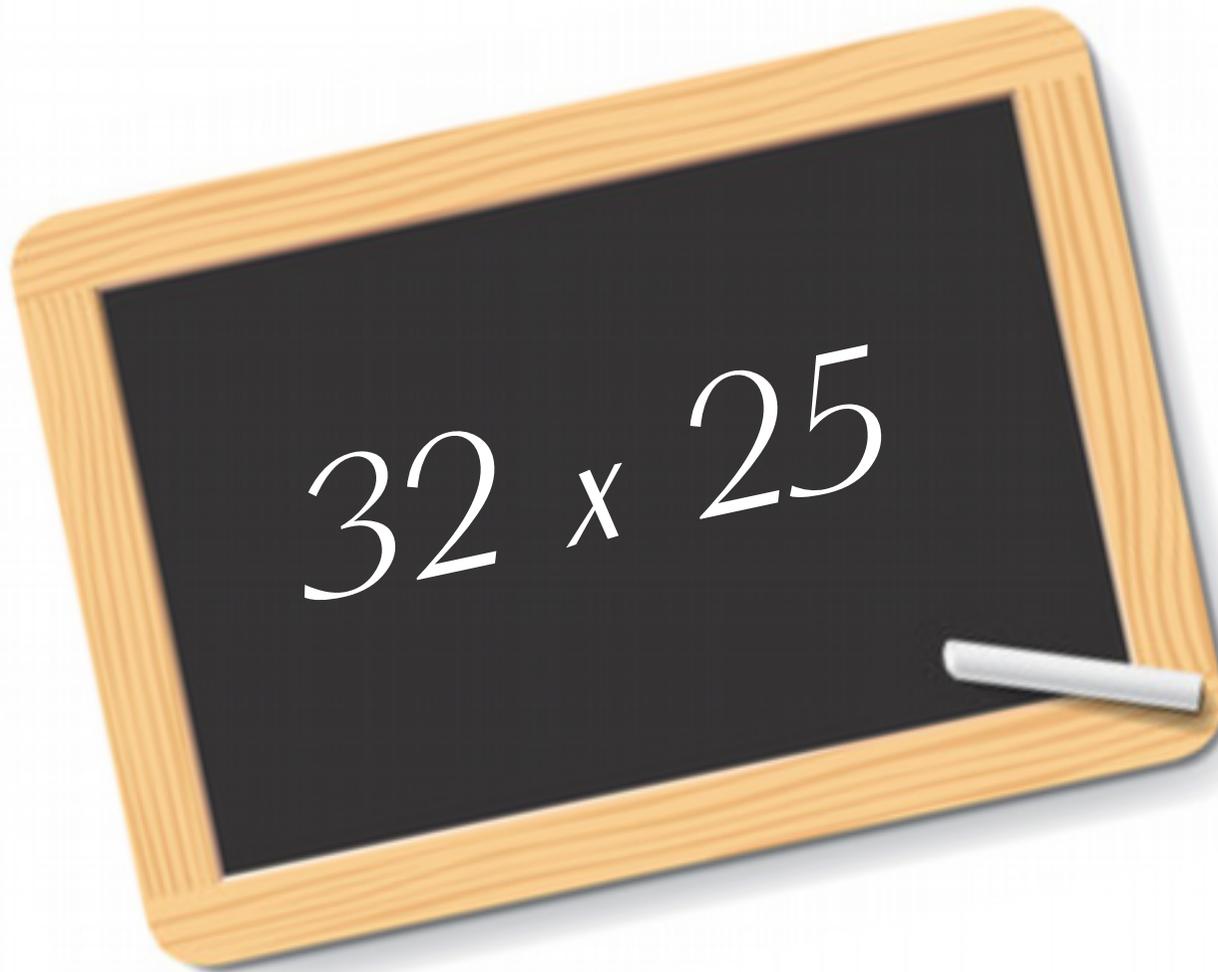
Calcul mental

**apprentissage et mémorisation
d'automatismes**

**construction et apprentissage de
procédures**



Quelles procédures ?



*Calculez
mentalement*

Situation proposée par
Denis BUTLEN

UN EXEMPLE DE CALCUL
32 x 25

Quelles procédures ?



*Exemple
calcul soustractif*

A partir de
*Calcul mental au
quotidien cycles 2 et 3,*
François Boule, SCEREN

Quelles procédures ?

Un calcul soustractif pour dégager les différentes procédures

Décomposition « Jalonnement » : Calcul de l'écart en « avançant » par bond en passant par des nombres « ronds ».

Exemple : $31 - 18 = ? \rightarrow$ « pour aller de 18 à 31 ? »

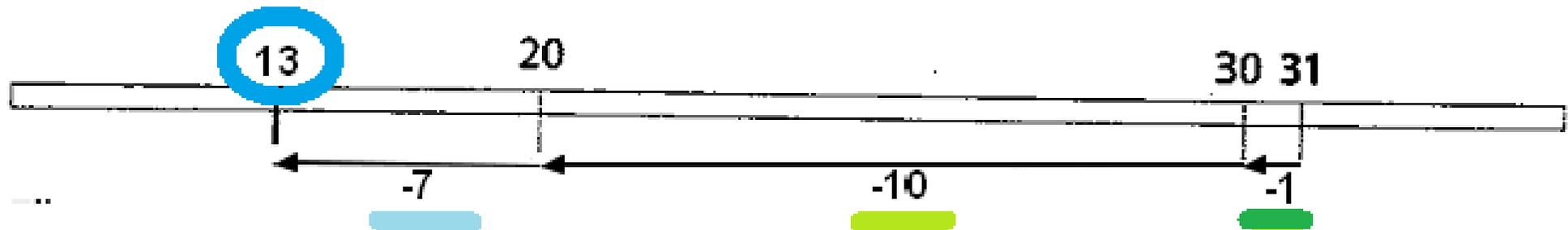
\rightarrow de 18 à 20, de 20 à 30, de 30 à 31 $\rightarrow 2 + 10 + 1 = 13$



Quelles procédures ?

Décomposition : Calcul de l'écart en « reculant » par bond en décomposant le second terme.

$$\text{Exemple : } 31 - 18 = 31 - (1 + 10 + 7) = 31 - 1 - 10 - 7$$



Quelles procédures ?

Pivotement : Enlever trop et ajuster.

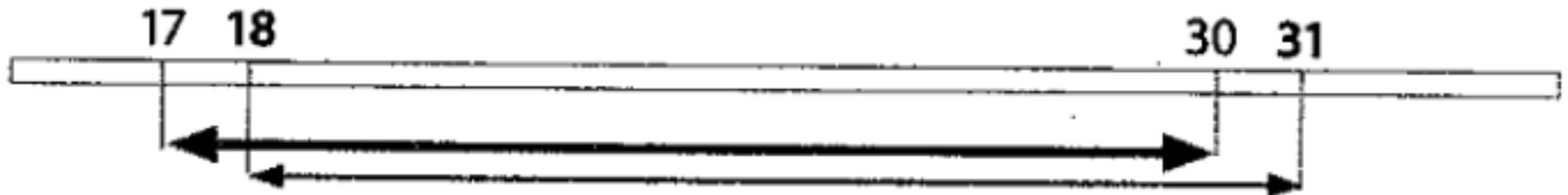
Exemple : $31 - 18 = ? \rightarrow 31 - 20 + 2 \rightarrow 11 + 2 = 13$



Quelles procédures ?

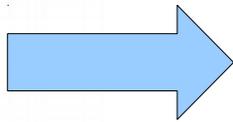
Décalage : « C'est comme »

Exemple : $31 - 18 = ? \rightarrow$ « C'est comme $30 - 17$ » \rightarrow 13 (nombres amis)



Le calcul mental

Sur quoi s'appuie le calcul mental ?



les propriétés des opérations



une habileté à décomposer des nombres



des résultats mémorisés

Des résultats mémorisés ? Comment ?

Conditions de mémorisation

Avoir une bonne représentation des nombres

Compréhension des opérations en jeu

Prise de conscience de l'intérêt de disposer d'un répertoire de résultats/procédures qui se construit au fur et à mesure.

Importance de la trace écrite

Entraînement régulier

Des résultats mémorisés ? Comment ?

« On mémorise mieux ce qu'on a compris que ce qu'on n'a pas compris. »

Roland Charnay, professeur de mathématiques

L'enseignement des tables

Ce qu'on voit	Ce qu'on ne voit pas souvent
<p>Travail de mémorisation à la maison</p> <p>Récitation de la table</p> <p>Juxtaposition de séances sans liens</p> <p>Questionnement $a \times b = ?$</p>	<p>Séquences d'apprentissage</p> <p>Construction – compréhension</p> <p>Travail de mémorisation en classe</p> <p>Progressivité des tables sur les cycles 2 et 3.</p> <p>Évaluation spécifique</p> <p>Questionnements autre que $a \times b = ?$ $Ex = a \times ? = c$</p> <p>Remobilisation, réactivation</p>

Un exemple : l'apprentissage des tables



**Apprentissage de la
table $\times 17$
avec le bâton à
multiplication**

Using the Counting stick to help children to learn tables.

0 17 34 51 68 85 102 119 136 153 170

Jill Mansergh - Tables with a Number Stick

L'enseignement des tables

« Il est plus facile de **mémoriser** un ensemble de **résultats** qui sont **structurés**, qui ont du **lien entre eux**, qu'un ensemble de résultats qui sont tous isolés les uns des autres »

Roland Charnay, professeur de mathématiques en IUFM



Construction des résultats

L'enseignement des tables



Synthèse des résultats La table de Pythagore

+	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	5	6	7	8	9	10	11
3	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6	7	8	9	10	11	12	13
5	7	8	9	10	11	12	13	14
6	8	9	10	11	12	13	14	15
7	9	10	11	12	13	14	15	16
8	10	11	12	13	14	15	16	17
9	11	12	13	14	15	16	17	18

L'enseignement des tables



Structuration des résultats

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Décomposition de 10	Numération
2	Presque double	Double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Décomposition de 10	Presque double	Numération
3	Presque double	Presque double	Double	Presque double	Presque double	Presque double	Décomposition de 10	Presque double	Presque double	Numération
4	Presque double	Presque double	Presque double	Double	Presque double	Décomposition de 10	Passage par 10	Passage par 10	Passage par 10	Numération
5	Presque double	Presque double	Presque double	Presque double	Double	Presque double	Passage par 10	Passage par 10	Passage par 10	Numération
6	Presque double	Presque double	Presque double	Décomposition de 10	Presque double	Double	Presque double	Passage par 10	Passage par 10	Numération
7	Presque double	Presque double	Décomposition de 10	Passage par 10	Passage par 10	Presque double	Double	Presque double	Passage par 10	Numération
8	Presque double	Décomposition de 10	Presque double	Passage par 10	Passage par 10	Passage par 10	Presque double	Double	Presque double	Numération
9	Décomposition de 10	Presque double	Presque double	Passage par 10	Passage par 10	Passage par 10	Passage par 10	Presque double	Double	Presque double
10	Numération	Numération	Numération	Numération	Numération	Numération	Numération	Numération	Presque double	Double



Doubles



Décomposition
de 10



Numération



Presque
doubles



Passage par
10



Surcomptage
(+1, +2, +3)

L'enseignement des tables

Outil d'apprentissage

+	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	5	6	7	8	9	10	11
3	5	6	7	8	9	10	11	12
4	6	7	8	9	10	11	12	13
5	7	8	9	10	11	12	13	14
6	8	9	10	11	12	13	14	15
7	9	10	11	12	13	14	15	16
8	10	11	12	13	14	15	16	17
9	11	12	13	14	15	16	17	18

Dans un tableau propre à chaque élève, chacun ne conserve que les résultats non mémorisés donc à travailler.

L'enseignement des tables



Mémorisation et restitution des résultats

« Les conditions de la mémorisation influent sur les conditions de la restitution. »

Roland Charnay, professeur de mathématiques en IUFM



Interrogation des tables

Varier les façons d'interroger les tables

Apprendre et mémoriser les tables

Interroger les tables

- $6 \times 7 =$
- $7 \times 6 =$
- $? \times 7 = 42$
- $42 : 6 =$
- $? \times ? = 42$
- QCM
- Vrai / faux

Exemples à l'écrit ...

Apprendre et mémoriser les tables

Interroger sur les tables

- Quel est le produit de 6 par 7 ?
- Combien de fois 6 dans 42 ?
- 42 divisé par 7 ?
- Quel est le quotient de 42 par 6 ?
- Eliott doit courir 4 200 mètres. Le tour du terrain mesure 700 m. combien de tours doit-il effectuer ?

Exemples à l'oral

Comment enseigner le calcul mental ?



Le calcul mental

Objet
d'apprentissage



Outil
d'apprentissage

Une dynamique positive

Des prérequis sur
les nombres et les
opérations

Des connaissances
disponibles

Une mobilisation
de procédures
adaptées



Une plus grande
adaptabilité

Des connaissances plus
riches, plus disponibles

L'exploration des
nombres et des
propriétés

Enseigner le calcul mental

Enseigner des faits numériques

- ▶ Mémoire des nombres
- ▶ Structuration des résultats
- ▶ Mémorisation et restitution
- ▶ Interrogation et transposition

Enseigner le calcul mental

Enseigner des procédures

- ▶ Faire expliciter
- ▶ Programmer
- ▶ Entraîner
- ▶ Évaluer

Enseigner le calcul approché

Enseigner le calcul mental

« construire un enseignement rigoureux et progressif visant l'acquisition par tous les élèves :

- du sens des opérations
- de connaissances de faits numériques incontournables
- de procédures de calcul efficaces ».

(BO spécial n°3 du 26 avril 2018)

Enseigner le calcul mental

Équilibre

Ce qu'il faut être
capable de
(re)construire



Ce qu'il faut
mémoriser,
automatiser

Des procédures mises en
œuvre par les élèves

Enseigner le calcul mental

Des séances de calcul mental de deux types

Des séances courtes et quotidiennes ayant deux objectifs :

- ▶ entraîner au calcul (mémorisation, automatisation)
- ▶ accroître les performances

Des séances plus longues visant à enrichir l'espace des procédures

- ▶ explicitation de procédures
- ▶ comparaison de procédures
- ▶ institutionnalisations « souples »

Enseigner les procédures

Une semaine sur la
procédure 1

Une semaine sur la
procédure 2

Une semaine sur la
procédure 3

ADAPTATION

Une semaine où l'élève a
le choix de l'utilisation...

Enseigner les procédures

Un exemple avec $45 + 17$

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 45 + 10 + 7 \\ &= 55 + 7 \\ &= 62 \end{aligned}$$

A

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 45 + 5 + 12 \\ &= 50 + 12 \\ &= 62 \end{aligned}$$

B

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 40 + 5 + 10 + 7 \\ &= 50 + 12 \\ &= 62 \end{aligned}$$

C

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 45 + 15 + 2 \\ &= 60 + 2 \\ &= 62 \end{aligned}$$

D

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 45 + 20 - 3 \\ &= 65 - 3 \\ &= 62 \end{aligned}$$

E

$$\begin{aligned} 45 + 17 &= 2 + 43 + 17 \\ &= 2 + 60 \\ &= 62 \end{aligned}$$

F

Enseigner les procédures

Un exemple avec $45 + 17$

Décomposition du 2^e
nombre
A et D

Décomposition des deux
nombres
C

Décomposition du 1^{er}
nombre
F

Passage à la dizaine
supérieure
B

Ajout de dizaines et
soustraction (pivotement)
E

Enseigner les procédures

Un exemple avec $45 + 17$

Une semaine
« ajout de dizaines et
soustraction »

Une semaine
« passage à la dizaine
supérieure »

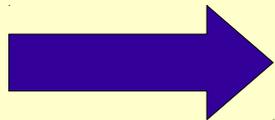
Une semaine
« décomposition du 2^e
nombre »

ADAPTATION
Une semaine où l'élève a
le choix de l'utilisation...

Une séquence en 4 étapes

1 – **Apprentissage** : séance longue (25 – 30 minutes)

Pour réinvestir les compétences apprises,
dans des situations variées et bien choisies,
et découvrir des procédures,
interroger les relations entre les nombres,
travailler des propriétés.



Production d'un écrit pour expliciter les stratégies

Une séquence en 4 étapes

2. Appropriation: séance courte et massée
(sur plusieurs jours qui se suivent) : 15 minutes

1 à 4 séances courtes **portant sur une procédure.**

Varier la présentation des exercices (arbres à calculs, vrai/faux, calcul à l'envers, texte...).

Penser à différencier les exercices et à varier les situations
(dans un problème, en géométrie).

Une séquence en 4 étapes

3. Réinvestissement: séances courtes de façon filées et spirales, réactivation.

Mobiliser les connaissances dans d'autres contextes (problèmes), à d'autres moments que le temps habituel (temps libre sur logiciels, utilisation de jeux...).

Une séquence en 4 étapes

4. Évaluation: en fonction des connaissances,
varier les formes d'évaluation

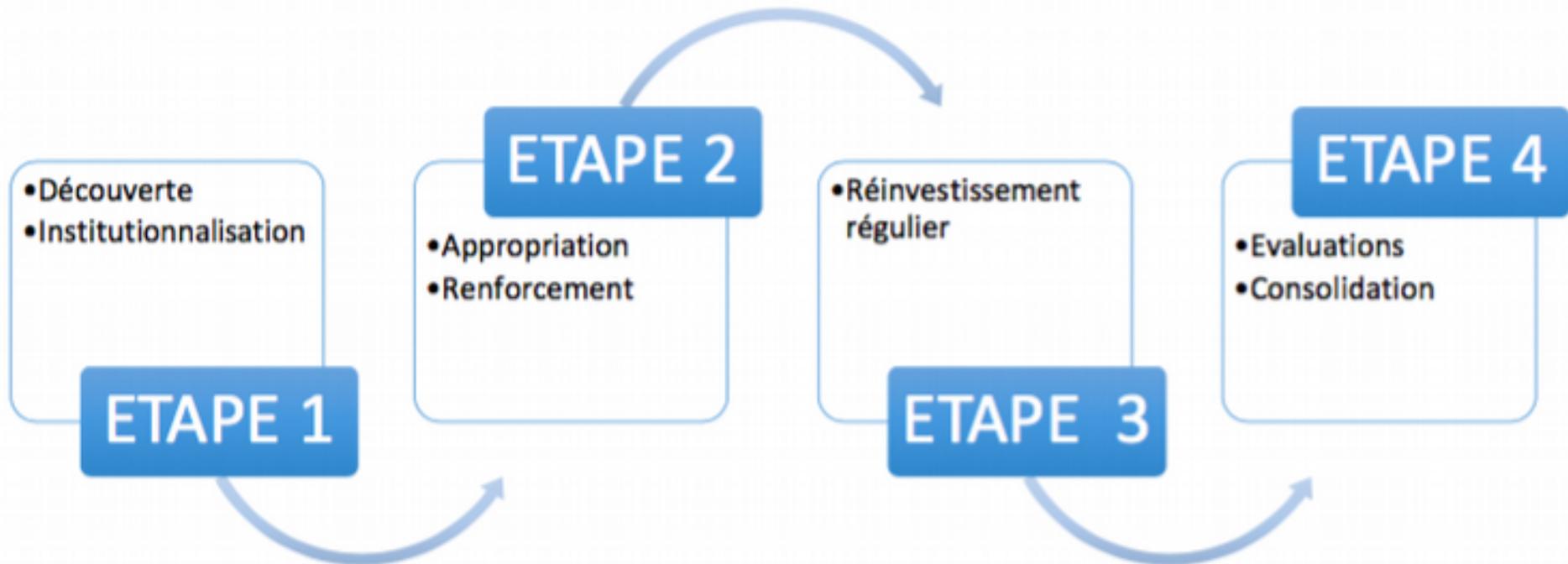
Choisir la procédure la mieux adaptée.

Reconnaître une procédure sur un exemple et la réinvestir.

Évaluer le niveau d'automatisation de la procédure en donnant un certain nombre de calculs à réaliser dans un temps défini.

Évaluer l'application d'une procédure dans un problème simple.

Une séquence en 4 étapes



Evaluations mises au service des apprentissages
Différenciation

Synthèse

Avoir un **enseignement structuré du calcul mental** : séances avec un objectif clairement identifié qui s'inscrivent dans des séquences

Utiliser la **diversité des modalités de travail** en fonction de l'objectif visé

Expliciter la procédure devant être acquise : institutionnalisation, trace écrite

Conduite des moments de **correction** (choix à effectuer)

Évaluer ce qui est enseigné (valorisation des progrès)

Renforcer le travail de **mémorisation des tables**

Développer la pratique du **calcul en ligne**

Quelques exemples d'activités



Le calcul à l'envers

Principe du « compte est bon » avec un nombre-cible

+ -
22

4 - 10 - 10 - 5 - 7

+ - X

160

2 - 3 - 9 - 3 - 2

Le calcul à l'envers

Exemples de calcul mental à l'envers :

- Montre moi 5 en utilisant les doigts de tes deux mains
 - Fabrique le nombre 10 en utilisant une addition
 - Fabrique le nombre 10 en utilisant une soustraction
- Fabrique le nombre 25 en utilisant trois nombres et les opérations que tu veux
 - $56 = ?$
 - Décompose 120 sous la forme d'une somme



Un nombre à décomposer

Un nombre à décomposer avec (+,-,x,:)

Choisir un nombre et demander à chacun de le décomposer mentalement sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient

Pour le cycle 2 : 20

académie
Dijon



RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ



Le nombre pensé

Je pense à un nombre.
Je lui ajoute 9.
J'obtiens 13.
Quel est ce nombre ?

Exemple de pratique avec un diaporama

Le double de 15

30

$$15 = 7 + ?$$

8

$$9 + 8 =$$

17

Les documents et ressources institutionnels

La circulaire de rentrée 2019 - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=142385

Repères annuels de progression et attendus de fin d'année - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=141642

Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire - BO spécial n°3 du 26 avril 2018

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128731

Le calcul aux cycles 2 et 3 - Ressource Eduscol

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/28/1/RA16_C2C3_MATH_math_calc_c2c3_N.D_609281.pdf

Le programme du cycle 3 - Texte consolidé à partir du programme au BOEN spécial n° 11 du 26 novembre 2015

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf

Des liens : calcul et numérique

[Calcul@tice](#)

[Mathématiques magiques](#)

[Mathador](#)

Les principaux jeux classiques

De dés:

Pour restituer les tables (produit des deux dés marqués), Yam's...

De cartes:

Traditionnelles, numérotées, recto-verso, ...

Autres jeux de société:

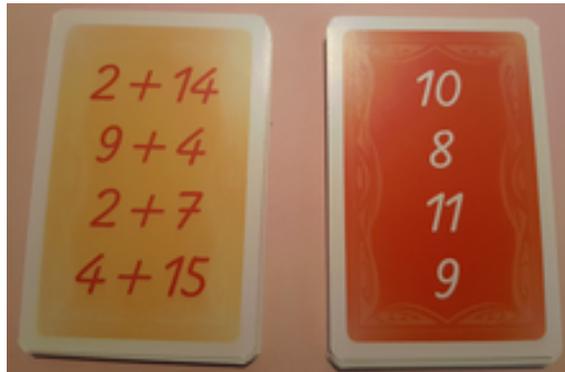
Mille bornes, dominos, lotos, memory, ...

De piste:

Jeu de l'oie, Petits chevaux, ...

De plateau:

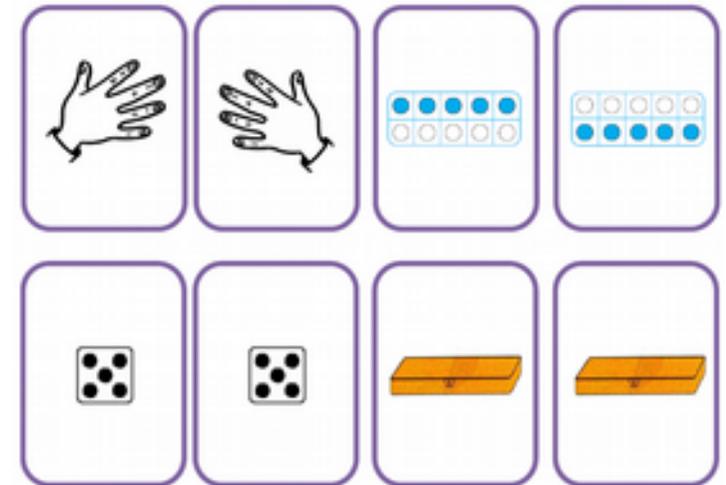
Scrabble des égalités...



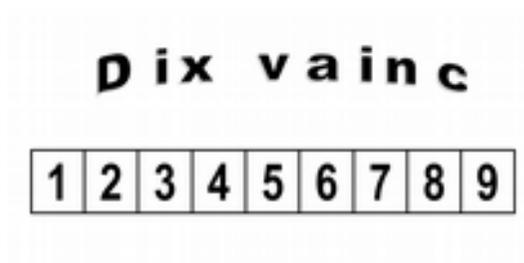
DéTECTIVE Lisa
DéTECTIVE Mathéo



Mathador



Le jeu du magicien



et autres activités à retrouver dans les documents
ressources du temps 2

Pour conclure

[...] la majorité des élèves aiment manipuler les nombres, calculer, c'est pour eux une forme de jeu.

Enseigner explicitement et intensivement le calcul aux élèves revient en fait à leur offrir à la fois **des outils pour la résolution de problèmes et la suite de leurs études et le plaisir de jouer avec les nombres.**

Calcul fruité, bon pour la santé !

$$\text{Banane} + \text{Banane} + \text{Banane} = 60$$

$$\text{Banane} + \text{Pomme} + \text{Pomme} = 26$$

$$\text{Pomme} + \text{Orange} + \text{Orange} = 7$$

$$\text{Orange} + \text{Pomme} \times \text{Banane} = ??$$

À vous de jouer