

Enseigner le CALCUL MENTAL

Animation pédagogique



2019 – 2020

Circonscription Auxerre III

www.ac-dijon.fr

CPC Nathalie Hutin

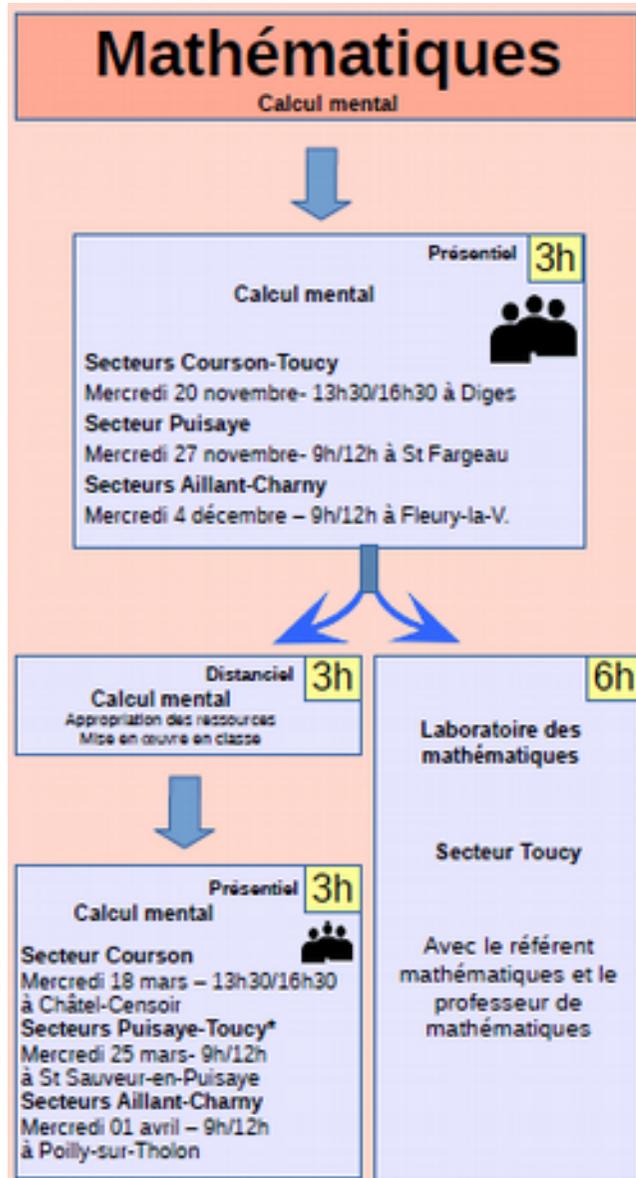


RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



Organisation des 9 h



Appropriation des
ressources
Mise en œuvre dans
les classes
3 h distanciel

Le calcul
mental
3 h présentiel

Retours
d'expériences
Partage de pratiques
3 h présentiel

Objectifs de ces 9 h

S'entendre sur le vocabulaire

Identifier les enjeux du calcul mental et les méthodes

Concevoir l'enseignement du calcul mental

S'approprier des ressources

Organiser des séances et séquences de calcul mental

Partager les pratiques

Évaluer les acquis

Présentation temps 1

I – Le calcul : ses différentes modalités
posé, en ligne, mental, instrumenté

II – Le calcul mental

- 1) dans nos classes
- 2) ses fonctions et enjeux
- 3) automatisme ou raison ?

III – L'enseignement du calcul mental

- 1) comment ?
- 2) un exemple : l'apprentissage des tables
- 3) ressources

IV – Pour conclure...

Vous avez dit CALCUL ?

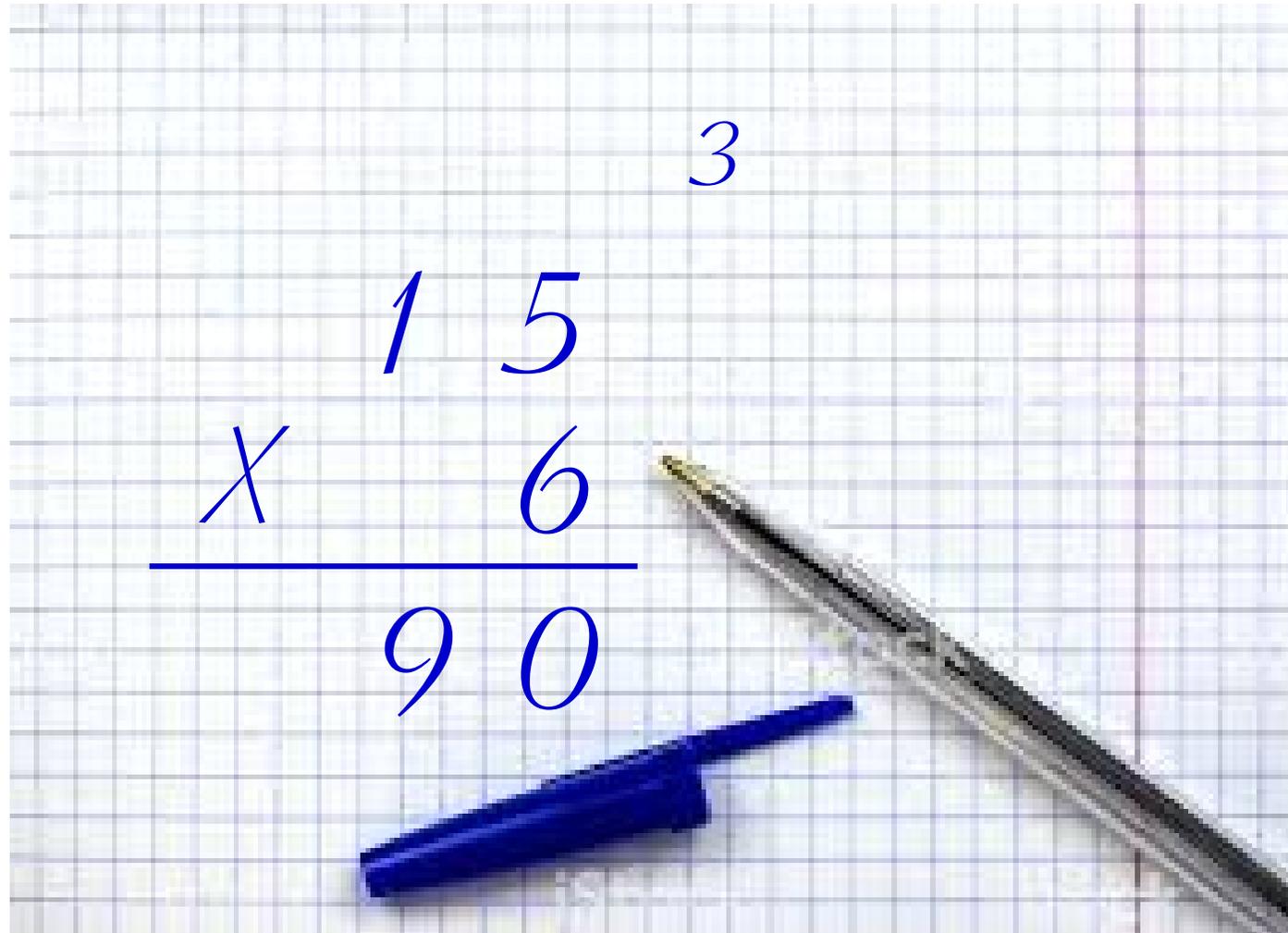
Que recouvrent ces différentes expressions ?

- calcul **posé**
- calcul **en ligne**
- calcul **instrumenté**
- calcul **mental**

Exemple avec


$$6 \times 15$$

Le calcul posé



Calcul posé : usage d'une technique opératoire.

Algorithme. Recours à l'écrit. Travail sur les unités de numération

Le calcul en ligne

Un exemple

$$\begin{aligned}
 6 \times 15 &= (6 \times 10) + (6 \times 5) \\
 &= 60 + 30 \\
 &= 90
 \end{aligned}$$


Calcul en ligne : écrits (partiels) des calculs intermédiaires. libère de la mémoire de travail.

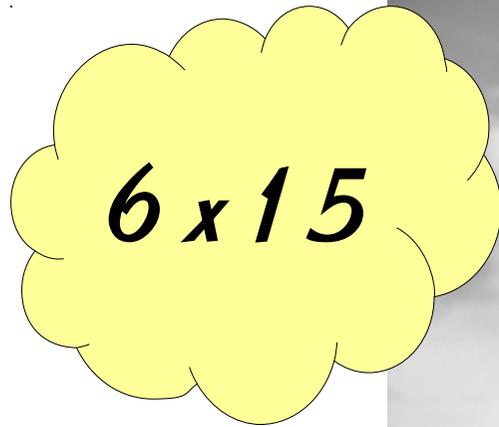
Le calcul en ligne permet de soumettre aux élèves des calculs qui pourront être traités mentalement plus tard.

Le calcul instrumenté



Calcul instrumenté : calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels : abaque, boulier, calculatrice, tableur...
mais aussi cubes, bâtonnets, doigts...

Le calcul mental



Calcul mental : modalité de calcul sans recours à l'écrit, si ce n'est éventuellement pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève.

Calcul mental, en ligne, posé OU instrumenté ?

- différents modes de calcul, à construire en interaction
- chacun fait l'objet d'un entraînement spécifique

Le choix par l'élève d'une procédure adaptée se fera en fonction du répertoire de procédures enseignées et sera évolutif en fonction de ses connaissances, de ses progrès.

et le calcul réfléchi ?

Un exemple

$$\begin{aligned}
 6 \times 15 &= (6 \times 30) : 2 \\
 &= 180 : 2 \\
 &= 90
 \end{aligned}$$

Calcul réfléchi (ou calcul raisonné) : calcul qui se fait par décomposition des nombres et propriétés des opérations. Il peut être mental ou écrit.

Le calcul rapide ?



**Le calcul rapide =
critère de performance de restitution
des résultats mémorisés et des procédures
automatisées**

Le calcul approché ?

Calculer

- calculer avec des nombres décimaux et des fractions simples de manière exacte **ou approchée**, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations) ;
- **contrôler la vraisemblance de ses résultats** ;
- utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Programmes 2018



Le calcul approché permet de donner un ordre de grandeur.

Les différents calculs

	réfléchi	automatisé
Calcul écrit	Procédures construites ou reconstruites pour des calculs exacts ou approchés.	Techniques opératoires : calcul posé
Calcul de tête		Restitution immédiate de résultats mémorisés. Mobilisation de procédures automatisées
Calcul instrumenté		Utilisation usuelle d'instruments de calcul

Calcul mental

Pourquoi le calcul mental ?

Dans la vie quotidienne

Rendre la monnaie (complément à...)

Vérifier un ticket de caisse (calcul approché)



Calcul du prix après réduction (pourcentages)



Les proportions dans une recette (proportionnalité)

Mais aussi trouver la quantité de matériaux (surfaces, longueurs),
estimer une durée de trajet....

Pourquoi le calcul mental ?

Fonctions et enjeux

Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres.

[Son enseignement] vise [...] prioritairement
l'exploration des nombres et des propriétés des opérations.

Programmes 2018

«Le calcul mental nous semble être **un moment privilégié de l'apprentissage** pour enrichir les conceptions numériques... »

*Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège,
Denis BUTLEN, Monique PEZARD, IREM, 2000)*

Pourquoi le calcul mental ?

Calcul et connaissance du nombre

Calculer,
c'est « faire parler »
les nombres,



c'est jouer avec leurs propriétés.



Pourquoi le calcul mental ?

Calcul et ordre de grandeur

Calcul mental et calcul approché

Pour anticiper et contrôler la vraisemblance d'un résultat.



Calcul et résolution de problèmes

De bonnes capacités en calcul mental permettent de :



Libérer de l'espace dans la mémoire de travail

Accroître les capacités d'initiative

Pour aussi

Développer des habiletés et des méthodes.

Développer l'esprit critique.



Et accroître le plaisir de jouer avec les nombres !

Pourquoi le calcul mental ?

Structuration arithmétique des nombres

Relation additives et multiplicatives
doubles –moitiés -décomposition

Enraciner le sens des opérations

Compréhension des liens entre les opérations
Savoir que $26+14 = 40$ amène au résultat de $40-26$ ou $40-14$

Aide à la résolution de problèmes

Ramener le problème à un champ numérique familier
Essayer avec des nombres plus petits -intuition

Première compréhension des propriétés des opérations

Commutativité -associativité -distributivité
 $8 \times 7 = (8 \times 5) + (8 \times 2)$

Pas de calcul posé sans calcul mental

La disponibilité des tables
= accès facilité aux techniques opératoires

Pourquoi le calcul mental ?

Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu.



Programmes 2018

Pour cela, il est **indispensable** que les élèves puissent s'appuyer sur **suffisamment**

- de **faits numériques mémorisés**
- et sur **des procédures automatisées** de calcul élémentaires.

Le calcul mental

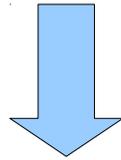
Le cycle 3 vise à [...] :

- **consolider l'automatisation** des [...] résultats et procédures de calcul mental du cycle 2,
- mais aussi à **construire de nouvelles techniques mentales**



Le calcul mental

Calcul mental



**apprentissage et mémorisation
d'automatismes ?**

Pas seulement !

Automatisé ? Jusqu'où ?

+

$4 + 1$

$6 + 4$

$32 + 18$

$250 + 650$

$127 + 90$

$774 + 389$

-

$6 - 1$

$19 - 7$

$100 - 40$

$37 - 22$

$260 - 115$

$774 - 389$

×

5×2

7×8

15×10

6×15

6×17

39×102

÷

$10 \div 2$

$100 \div 4$

$63 \div 7$

$17200 \div 100$

$95 \div 5$

$972 \div 27$

Testons nos limites



Notre aisance calculatoire est fortement corrélée à des connaissances d'automatismes riches.

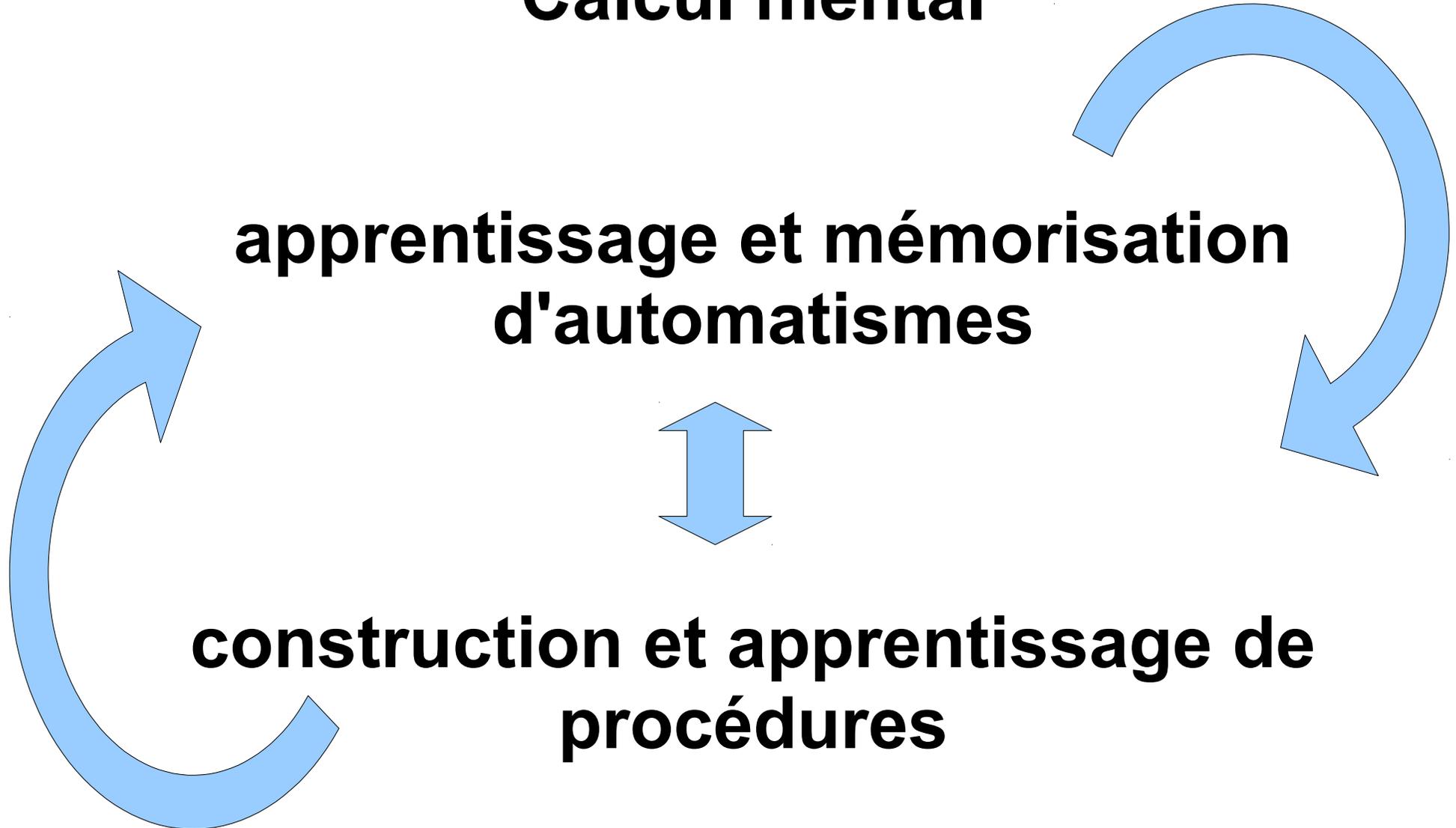


Le calcul mental

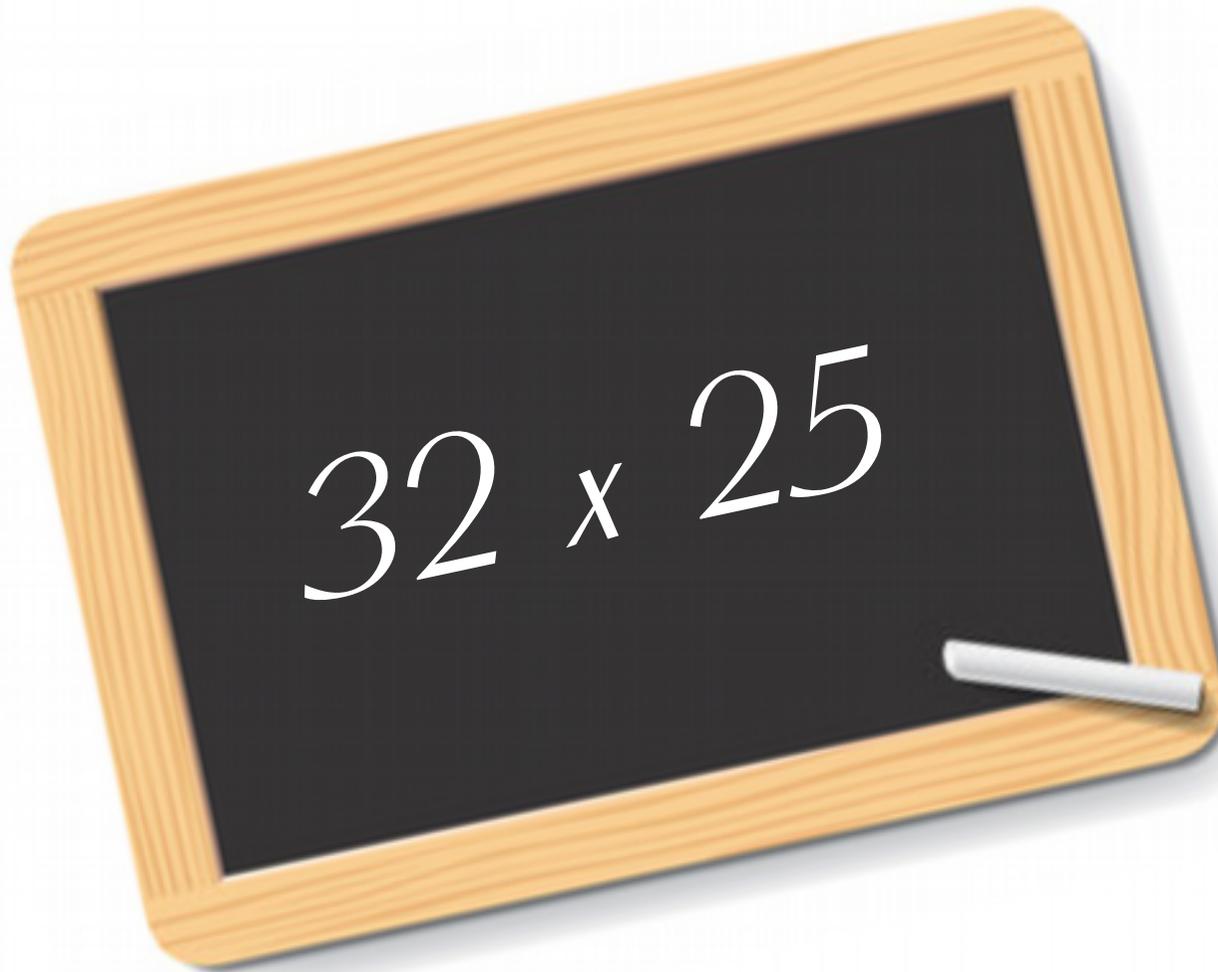
Calcul mental

**apprentissage et mémorisation
d'automatismes**

**construction et apprentissage de
procédures**



Quelles procédures ?



*Calculez
mentalement*

Situation proposée par
Denis BUTLEN

UN EXEMPLE DE CALCUL
32 x 25

Une dynamique positive

Résultats
mémorisés

Stratégies de
calcul

Procédures
automatisées



Une dynamique positive

Des prérequis sur
les nombres et les
opérations

Des connaissances
disponibles

Une mobilisation
de procédures
adaptées



Une plus grande
adaptabilité

Des connaissances plus
riches, plus disponibles

L'exploration des
nombres et des
propriétés

Le calcul mental

Objet
d'apprentissage



Outil
d'apprentissage

Enseigner le calcul mental

« construire un enseignement rigoureux et progressif visant l'acquisition par tous les élèves :

- du sens des opérations
- de connaissances de faits numériques incontournables
- de procédures de calcul efficaces ».

(BO spécial n°3 du 26 avril 2018)

Enseigner le calcul mental

Équilibre

Ce qu'il faut être
capable de
(re)construire



Ce qu'il faut
mémoriser,
automatiser

Des procédures mises en
œuvre par les élèves

Enseigner le calcul mental

**Faire prendre conscience
de l'existence de stratégies
de calcul personnelles**

**Faire apprendre à
observer**

**Faire apprendre à
s'organiser
et à agir vite**

Méthodologie

Favoriser l'adaptabilité

**Faire optimiser l'usage de la
mémoire immédiate**

**Valoriser la diversité des procédures,
leur confrontation et leur validation**

Enseigner le calcul mental

Des séances de calcul mental de deux types

Des séances courtes et quotidiennes ayant deux objectifs :

- ▶ entraîner au calcul (mémorisation, automatisation)
- ▶ accroître les performances

Des séances plus longues visant à enrichir l'espace des procédures

- ▶ explicitation de procédures
- ▶ comparaison de procédures
- ▶ institutionnalisations « souples »

Et la mémorisation ? !

Conditions de mémorisation

Avoir une bonne représentation des nombres

Compréhension des opérations en jeu

Prise de conscience de l'intérêt de disposer d'un répertoire de résultats/procédures qui se construit au fur et à mesure.

Importance de la trace écrite

Entraînement régulier

Un exemple : l'apprentissage des tables

Ce qu'on voit	Ce qu'on ne voit pas souvent
<p>Travail de mémorisation à la maison</p> <p>Récitation de la table</p> <p>Juxtaposition de séances sans liens</p> <p>Questionnement $a \times b = ?$</p>	<p>Séquences d'apprentissage</p> <p>Construction – compréhension</p> <p>Travail de mémorisation en classe</p> <p>Progressivité des tables sur les cycles 2 et 3.</p> <p>Évaluation spécifique</p> <p>Questionnements autre que $a \times b = ?$ $Ex = a \times ? = c$</p> <p>Remobilisation, réactivation</p>

« On mémorise mieux ce qu'on a compris que ce qu'on n'a pas compris. »

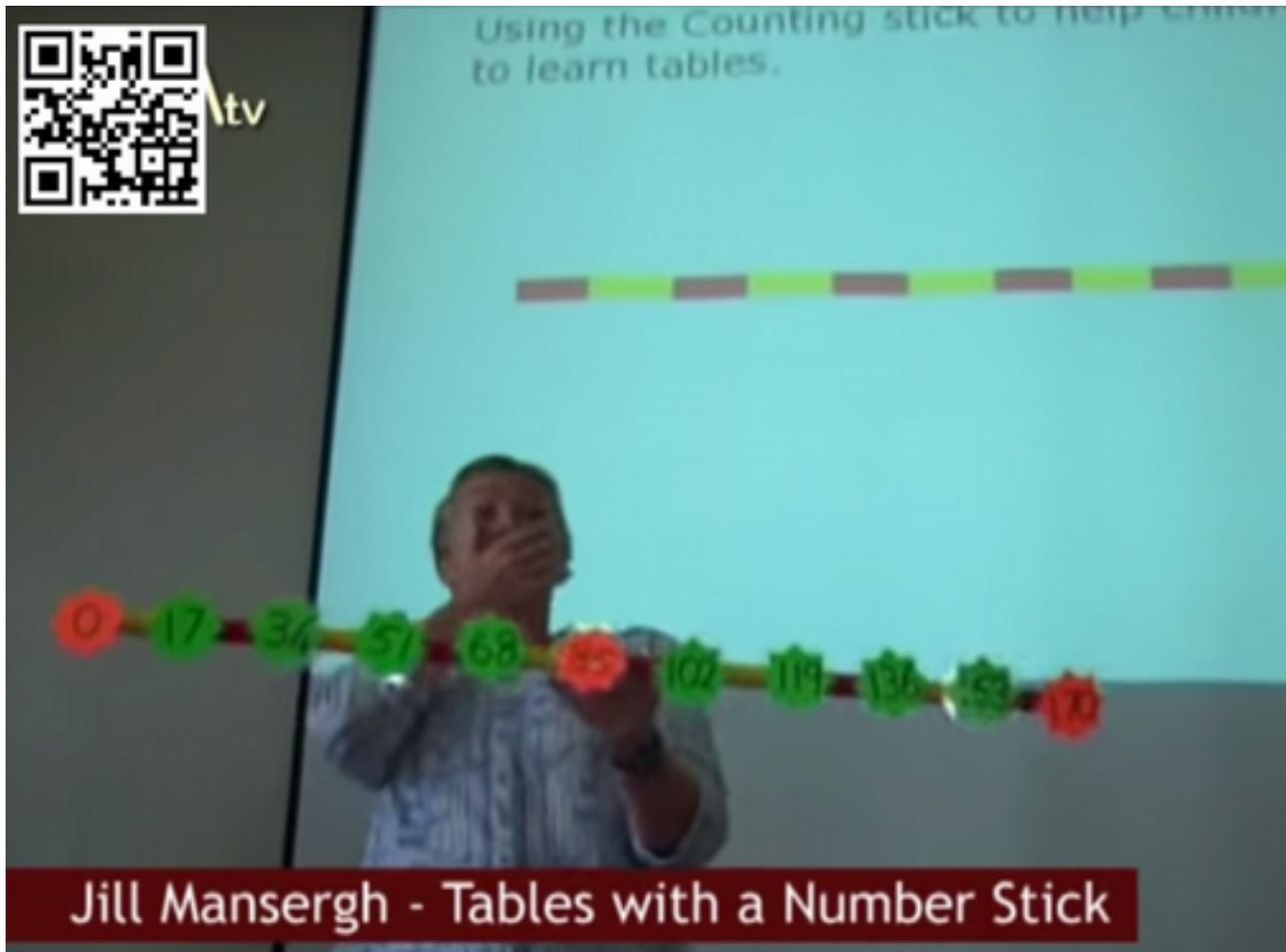
Roland Charnay, professeur de mathématiques

On mémorise mieux ce que l'on a construit.

Un exemple : l'apprentissage des tables



**Apprentissage de la
table x 17
avec le bâton à
multiplication**



Jill Mansergh - Tables with a Number Stick

Apprendre et mémoriser les tables

Interroger les tables

- $6 \times 7 =$
- $7 \times 6 =$
- $? \times 7 = 42$
- $42 : 6 =$
- $? \times ? = 42$
- QCM
- Vrai / faux

à l'écrit

Apprendre et mémoriser les tables

Interroger sur les tables

- Quel est le produit de 6 par 7 ?
- Combien de fois 6 dans 42 ?
- 42 divisé par 7 ?
- Quel est le quotient de 42 par 6 ?
- Eliott doit courir 4 200 mètres. Le tour du terrain mesure 700 m. combien de tours doit-il effectuer ?

À l'oral

Enseigner les procédures

Enseigner les procédures

Une semaine sur la
procédure 1

Une semaine sur la
procédure 2

Une semaine sur la
procédure 3

ADAPTATION

Une semaine où l'élève a
le choix de l'utilisation...

Enseigner les procédures :
découvrir,
construire,
entraîner
et automatiser

MANIPULER – VERBALISER – ABSTRAIRE

Une séquence en 4 étapes

1 – **Apprentissage** : séance longue (25 – 30 minutes)

Pour réinvestir les compétences apprises,
dans des situations variées et bien choisies,
et découvrir des procédures,
interroger les relations entre les nombres,
travailler des propriétés.



Production d'un écrit pour expliciter les stratégies

Une séquence en 4 étapes

2. Appropriation: séance courte et massée
(sur plusieurs jours qui se suivent) : 15 minutes

1 à 4 séances courtes **portant sur une procédure.**

Varier la présentation des exercices (arbres à calculs, vrai/faux, calcul à l'envers, texte...).

Penser à différencier les exercices et à varier les situations (dans un problème, en géométrie).

Une séquence en 4 étapes

3. Réinvestissement: séances courtes de façon filées et spirales, réactivation.

Mobiliser les connaissances dans d'autres contextes (problèmes), à d'autres moments que le temps habituel (temps libre sur logiciels, utilisation de jeux...).

Une séquence en 4 étapes

4. Évaluation: en fonction des connaissances,
varier les formes d'évaluation

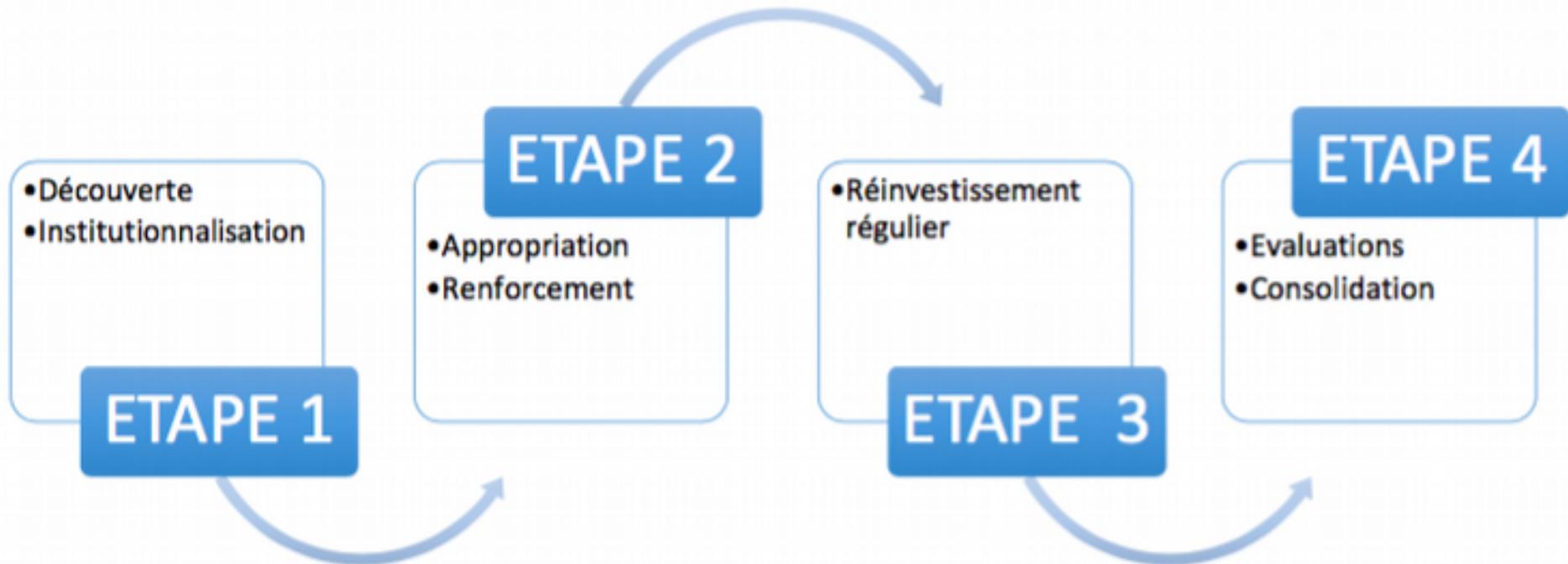
Choisir la procédure la mieux adaptée.

Reconnaître une procédure sur un exemple et la réinvestir.

Évaluer le niveau d'automatisation de la procédure en donnant un certain nombre de calculs à réaliser dans un temps défini.

Évaluer l'application d'une procédure dans un problème simple.

Une séquence en 4 étapes



Evaluations mises au service des apprentissages
Différenciation

Exemples d'activités

- *le calcul à l'envers* pour entraîner la gymnastique, le jonglage avec les nombres, leurs propriétés et les opérations

→ *le compte est bon*

→ *les décompositions d'un nombre*

Les principaux jeux classiques

- des jeux

De dés: pour restituer les tables (produit des deux dés marqués), Yam's...

De cartes: traditionnelles, numérotées, recto-verso, ...

Autres jeux de société: Mille bornes, dominos, lotos, memory, ...

De piste: Jeu de l'oie, Petits chevaux, ...

De plateau: Scrabble des égalités...

- et autres activités à retrouver dans les documents ressources du temps 2

Le calcul à l'envers

Principe du « compte est bon » avec un nombre-cible

L'élève est acteur

« *L'automath* » ne fonctionne plus

Sollicitation des connaissances automatisées

Donne du sens aux nombres et aux opérations

Principe non naturel qui consolide le calcul direct

Pratique de la décomposition des nombres

Ressort ludique naturel (défi)

Le calcul à l'envers

Exemples de calcul mental à l'envers :

- Montre moi 5 en utilisant les doigts de tes deux mains
- Fabrique le nombre 10 en utilisant une addition
- Fabrique le nombre 10 en utilisant une soustraction
- Fabrique le nombre 25 en utilisant trois nombres et les opérations que tu veux
- $56 = ?$
- Décompose 120 sous la forme d'une somme
- Décompose 7,5 sous la forme d'un produit
- Décompose 7,5 sous la forme d'un quotient

Un nombre à décomposer

Un nombre à décomposer avec (+,-,x,:)

Choisir un nombre et demander à chacun de le décomposer mentalement sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient

Pour le cycle 2 : 20

Pour le cycle 3 : 70

Synthèse

Avoir un **enseignement structuré du calcul mental** : séances avec un objectif clairement identifié qui s'inscrivent dans des séquences

Utiliser la **diversité des modalités de travail** en fonction de l'objectif visé

Expliciter la procédure devant être acquise : institutionnalisation , trace écrite

Conduite des moments de **correction** : choix à effectuer

Évaluer ce qui est enseigné : valorisation des progrès

Renforcer le travail de **mémorisation des tables**

Développer la pratique du **calcul en ligne**

Les documents et ressources institutionnels

La circulaire de rentrée 2019 - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=142385

Repères annuels de progression et attendus de fin d'année - BO n°22 du 29 mai 2019

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=141642

Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux éléments de mathématiques à l'école primaire - BO spécial n°3 du 26 avril 2018

https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128731

Le calcul aux cycles 2 et 3 - Ressource Eduscol

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/28/1/RA16_C2C3_MATH_math_calc_c2c3_N.D_609281.pdf

Le programme du cycle 3 - Texte consolidé à partir du programme au BOEN spécial n° 11 du 26 novembre 2015

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf

Des liens : calcul et numérique

Calcul@tice

Mathématiques magiques

Mathador

Pour conclure

[...] la majorité des élèves aiment manipuler les nombres, calculer, c'est pour eux une forme de jeu.

Enseigner explicitement et intensivement le calcul aux élèves revient en fait à leur offrir à la fois **des outils pour la résolution de problèmes et la suite de leurs études et le plaisir de jouer avec les nombres.**

Calcul fruité, bon pour la santé !

$$\text{Banane} + \text{Banane} + \text{Banane} = 60$$

$$\text{Banane} + \text{Pomme de pin} + \text{Pomme de pin} = 26$$

$$\text{Pomme de pin} + \text{Orange} + \text{Orange} = 7$$

$$\text{Orange} + \text{Pomme de pin} \times \text{Banane} = ??$$

À vous de jouer !