

# Nombre et numération au cycle 2

Auxerre III  
2018 – 2019

CPC Nathalie Hutin



RÉGION ACADÉMIQUE  
BOURGOGNE  
FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION NATIONALE  
MINISTÈRE  
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,  
DE LA RECHERCHE  
ET DE L'INNOVATION



[www.ac-dijon.fr](http://www.ac-dijon.fr)

# Présentation

- le nombre dans nos classes : questionnement et constats
- ce qu'en disent les chercheurs et les textes :  
dont conférence Serge Petit, références et ressources :
  - ce qu'est un nombre
  - ce qu'impose d'enseigner les nombres
- analyse : les outils, les supports et le matériel
- synthèse

## Questionnement

- Qu'est-ce qu'un nombre entier?
  - Qu'est-ce qu'un chiffre ?
  - Qu'est-ce que la numération ?
  - Qu'est-ce qu'une égalité ?
- 
- **Qu'est-ce qui pose problème aux élèves ?**



## Ce qui pose problème ...

### Pour les enseignants

- **grande hétérogénéité** des élèves qui arrivent en CP.
- concepts de nombre et de numération = difficiles à définir, mais ont un fonctionnement qui paraît évident,  
→ ils sont donc **difficiles à enseigner**.
- Les difficultés des élèves se révèlent **surtout au cycle 3**, lors de l'introduction de « nouveaux » nombres (fractions, nombres décimaux).  
→ des obstacles liés au sens du nombre en général, donc difficiles à identifier.

## Ce qui pose problème ...

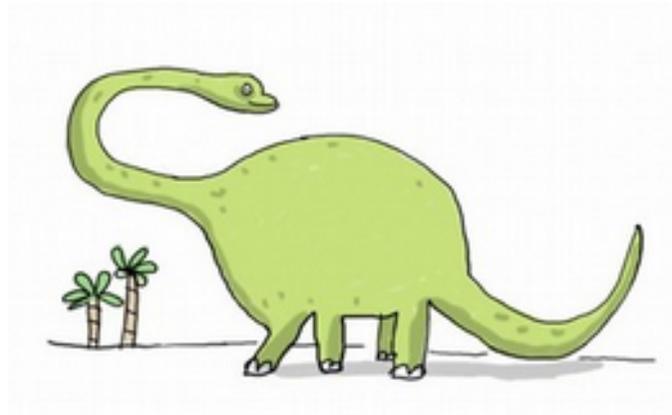
### Pour les élèves

- Sens du **nombre**
- Différence entre chiffre et **nombre**
- **Nombres** au-delà de 69
- Relations entre quantité, collection et **nombres**
- Passage à l'abstraction
- Droite numérique
- Résolution de problèmes
- Posture de chercheur

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

Que se passe-t-il dans notre tête ? ... une image, un bruit...  
Si l'on nous dit ...

« chien » ... « dinosaure » ... « quatorze »



14

Importance de distinguer  
le NOMBRE et les REPRÉSENTATIONS du nombre

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?



## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

quarante

$$9 + 5$$

3,21

72

*Ceci n'est pas un nombre*

« Si on ne travaille que sur l'écriture,  
on ne travaille pas sur le nombre »

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

Premiers éléments de réponse...

**Un nombre est un objet mathématique abstrait qui n'a pas d'existence matérielle.**

Un nombre n'est pas tangible, ce n'est ni un numéro, ni une quantité d'objets, c'est **un concept**.

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

Les nombres entiers naturels

**N**

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

### Définition axiomatique des entiers naturels Giuseppe PEANO (1858 – 1932)

- L'élément appelé zéro et noté 0, est un entier naturel.
- Tout entier naturel  $n$  a un unique successeur :  $n + 1$
- Aucun entier naturel n'a 0 pour successeur.
- Deux entiers naturels ayant même successeur sont égaux.
- Si un ensemble d'entiers naturels contient 0 et contient le successeur de chacun de ses éléments, alors cet ensemble est égal à  $\mathbb{N}$ .

# Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

N

0

0 + 1

0 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

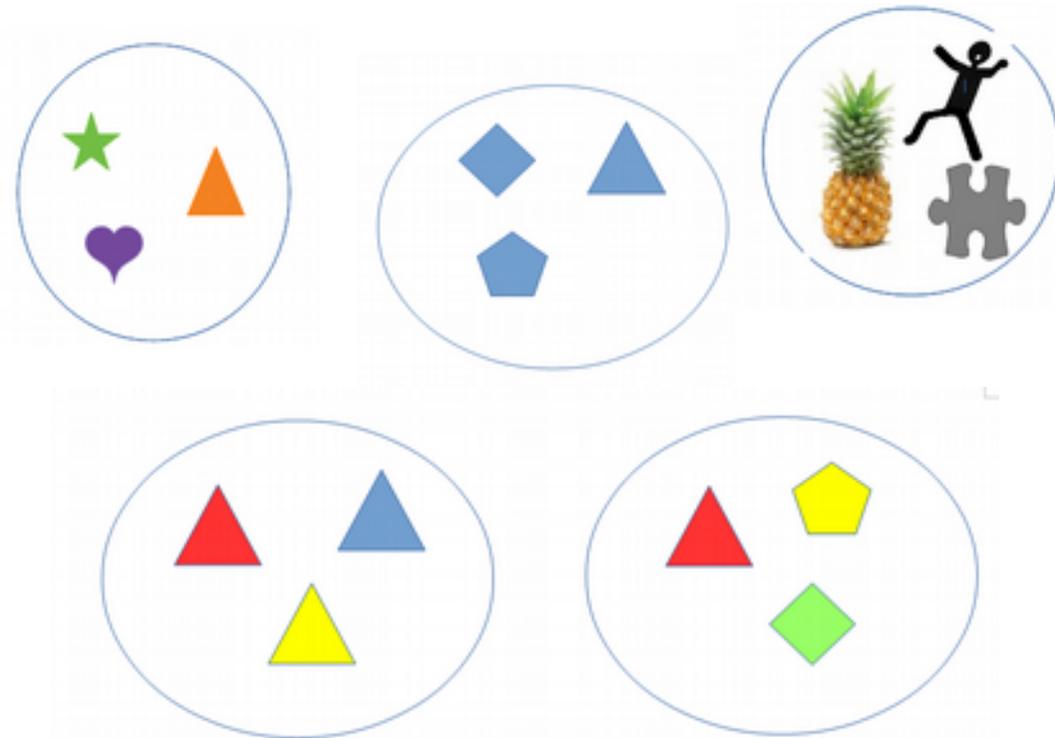
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1



Ici, ce qui est commun aux différents ensembles, c'est le nombre : 1 + 1 + 1

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

N

0

0 + 1

0 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

Importance de l'itération  
de l'unité

*mais difficile à  
manipuler...*

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

N	désignation
0	zéro
$0 + 1$	un
$0 + 1 + 1$	deux
$0 + 1 + 1 + 1$	trois
$0 + 1 + 1 + 1 + 1$	quatre
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	cinq
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	six
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	sept
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	huit
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	neuf
$0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	dix

*Alors,  
on a donné des noms  
aux nombres*

*mais pas pratique pour  
calculer...*

## Qu'est-ce qu'un NOMBRE ?

*Alors, on a utilisé des symboles...*

N	désignation	représentation décimale
0	zéro	0
0 + 1	un	1
0 + 1 + 1	deux	2
0 + 1 + 1 + 1	trois	3
0 + 1 + 1 + 1 + 1	quatre	4
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	cinq	5
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	six	6
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	sept	7
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	huit	8
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	neuf	9
0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1	dix	10

## Alors, enseigner les nombres

C'est enseigner deux types d'objets :

- Ceux relevant de la convention (désignation orale et écrite)
- Ceux relevant du concept.

C'est là où réside la difficulté.

**Pour assimiler le concept de nombre, il faut tout à la fois travailler sur le concept, les désignations et le passage de l'une à l'autre des désignations.**

## Enseigner les nombres c'est 1) enseigner les conventions

- la **numération** orale
- les premiers noms des nombres
- leur succession
- la régularité
- la **numération** écrite décimale, de position
- les unités de **numération**
- la correspondance entre chiffres et noms des nombres
- les symboles + =
- la droite graduée

## Numération ou numérations...

La NUMÉRATION est un **mode de représentation des nombres**.

**Deux numérations se côtoient.**

- La numération **orale** (mots-nombres)

aspect ordinal

- La numération **écrite** (**chiffrée**)

aspect cardinal

## Numération orale

« *On a donné des noms aux nombres* »

Condorcet

### Le travail sur la langue

#### Mettre l'accent sur les régularités

- Les nombres de dix à dix-neuf: onze, douze, treize...  
Comme dans zehn = 10 en allemand z de dizaine
- « ante » : on le trouve dans des dizaines entières : quarante, cinquante...
- « aine » : signifie « groupement »  
di(z)-aine, cent-aine, se(pt)-aine (semaine)...

*mais pas pratique pour calculer...*

## Numération écrite

**= système conventionnel**

*Avec, on va plus loin et plus vite...*

*Avec, on peut jouer...*

*on peut faire parler les nombres...*

**La numération écrite (chiffrée) doit être construite  
et pas seulement décryptée comme une traduction de l'oral.**

*Numération écrite et numération orale,*

*chacune a son propre fonctionnement, sa propre logique.*

## Rupture et discontinuité entre oral et écrit

**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Mais au delà...**

$$9 + 1 = ?$$

À partir de « dix », il y a discontinuité entre désignation orale et désignation écrite → rupture avec les désignations simples.

Les seuls signes connus (chiffres de 1 à 9) ne suffisent plus : besoin d'un nouveau mode de représentation des nombres.

→ **La place du 0**

- Le zéro est introduit en réponse au besoin d'un « nouveau nombre ».

Son sens doit alors être enseigné explicitement aux élèves.

## Système conventionnel décimal et de position

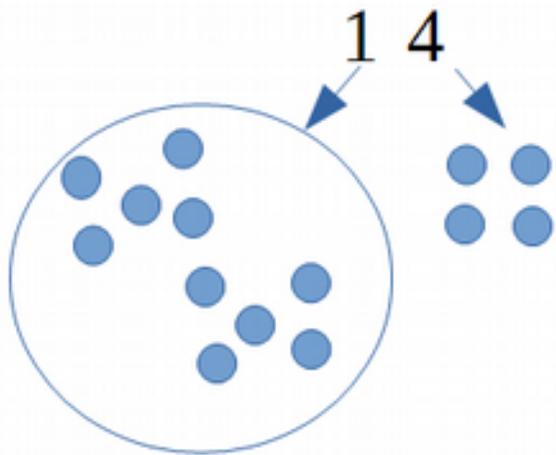
Notre numération repose sur deux principes :

- principe décimal : réitération de groupements par dix
- principe positionnel : la signification d'un chiffre (signe) dépend de sa position dans l'écriture du nombre.

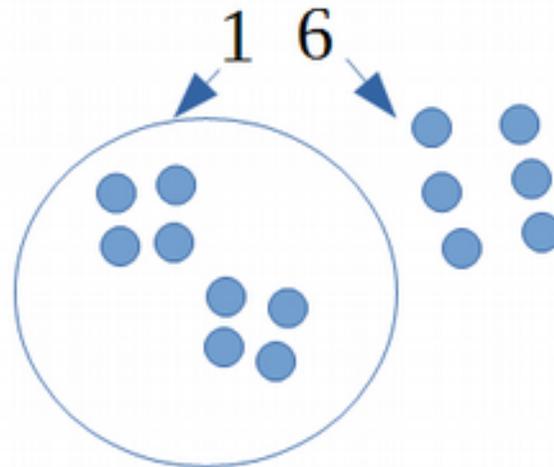
## Systeme conventionnel decimal

Écrivons « quatorze »

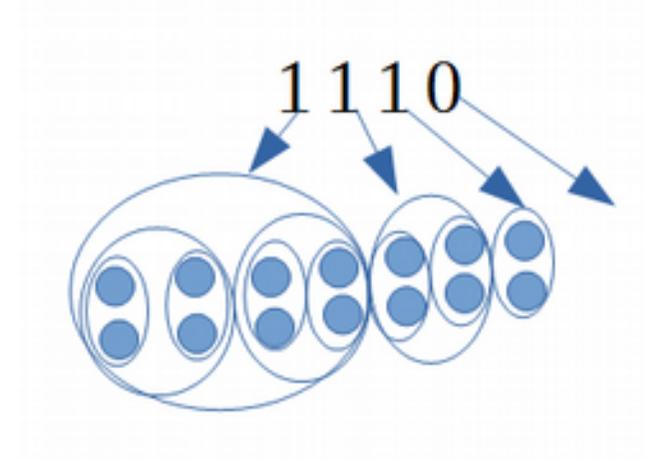
En base 10



En base 8



En base 2



## Système conventionnel décimal et de position

Le principe de position :

- dans **233**, le 2 vaut 2 centaines donc 200,
- dans **323**, le 2 vaut 2 dizaines donc 20.

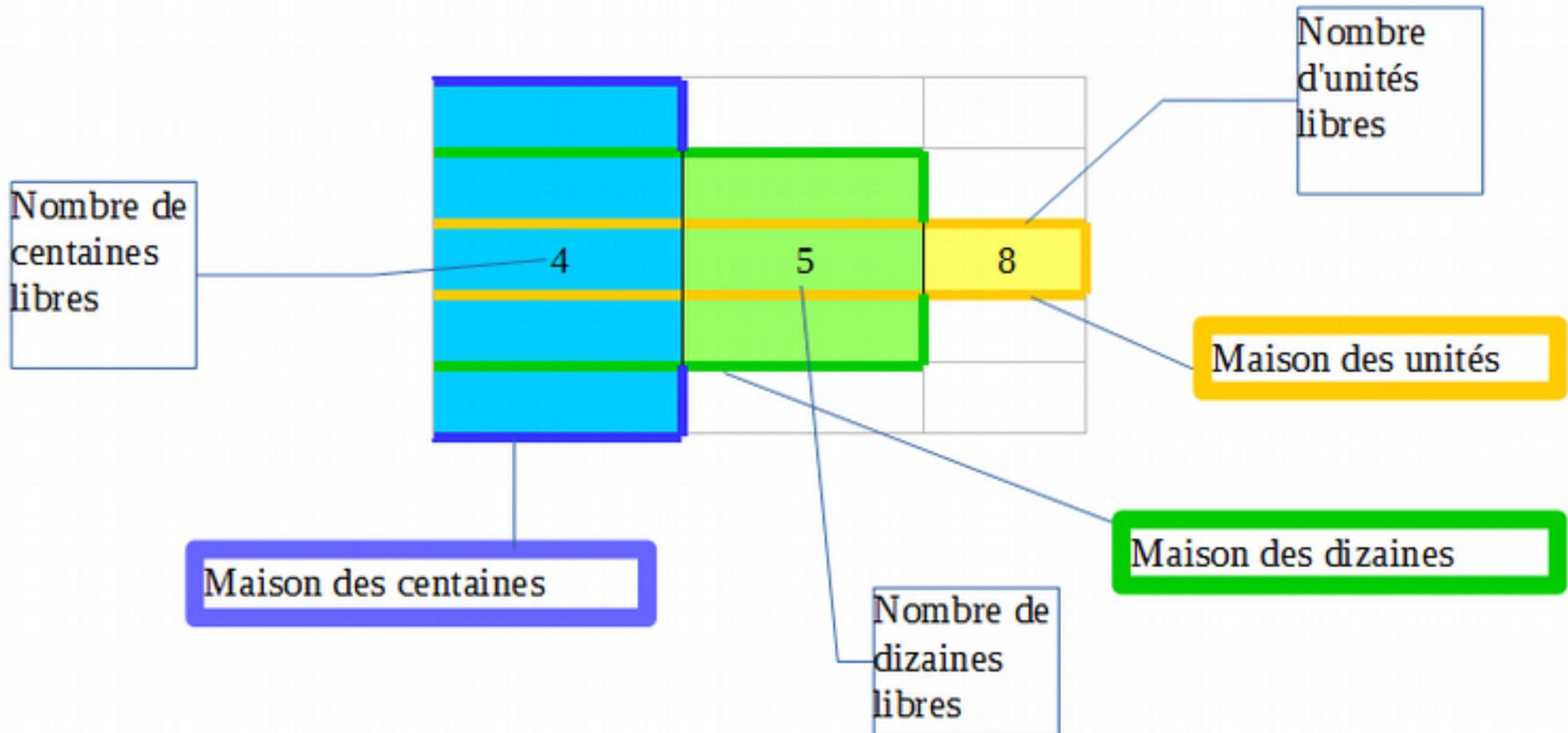
Le principe du ***rapport de dix*** entre les **différentes unités** :

- dans 233, le 2 vaut 2 centaines donc 20 dizaines,
- dans 323, le 2 vaut 2 dizaines donc 20 unités.

## Système conventionnel décimal et de position

Ce système pour être compris doit faire apparaître la notion d'inclusion des unités dans les dizaines, des dizaines dans les centaines.

# Système conventionnel décimal et de position



## Comment enseigner le nombre ?

# Enseigner les nombres c'est

## 2) enseigner ce qui relève du concept

- le sens du nombre
- la quantité
- le dénombrement
- la décomposition
- la comparaison
- la transformation
- la mesure
- les opérations

# Dénombrer

- Étymologiquement, dénombrer signifie « révéler complètement le nombre »
- Dénombrer, c'est donc trouver le nombre d'objets, pas seulement étiqueter ces objets.
- Il importe donc de fonder le dénombrement sur la grandeur cardinale.

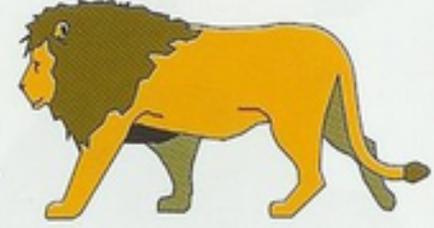
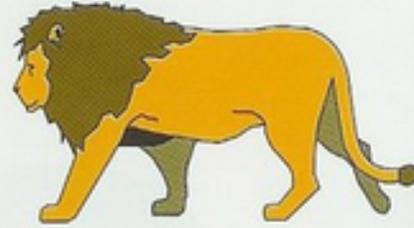
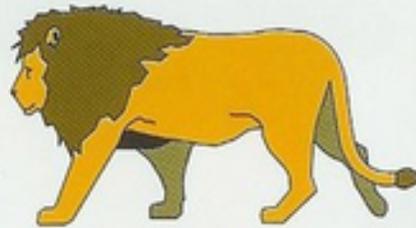
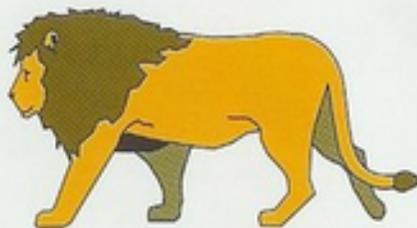
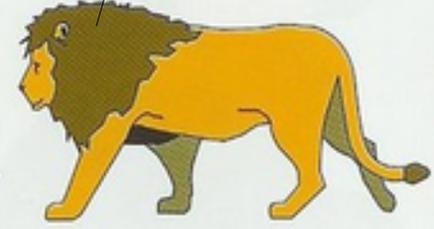
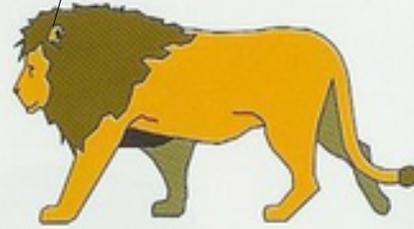
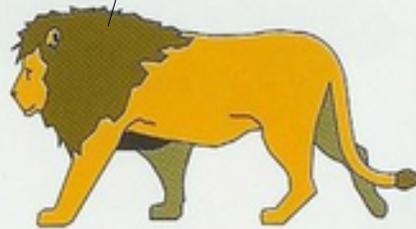
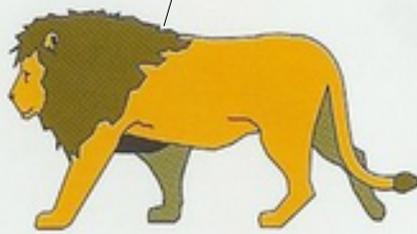
# Comment enseigner le nombre ?

un

deux

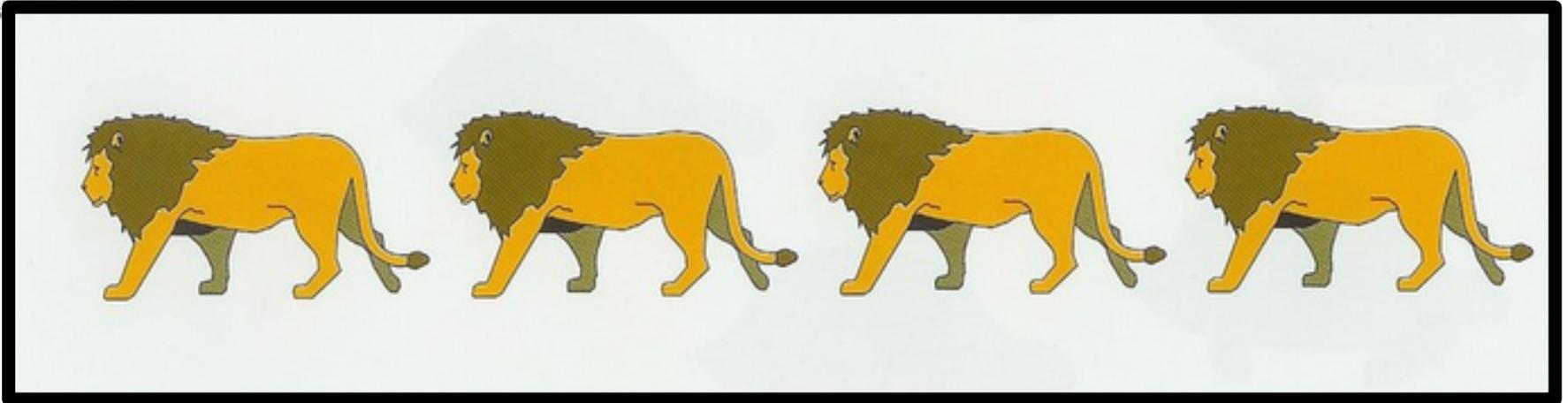
trois

quatre



*Il y a quatre lions.*

## Comment enseigner le nombre ?



« Il y a quatre lions. »

### *Importance de la phrase conclusive.*

Que doit-on observer pour évaluer le dénombrement ?

- 1) principe d'ordre stable
- 2) principe de correspondance terme à terme
- 3) principe cardinal
- 4) principe d'abstraction (dénombrer ensemble hétérogène)
- 5) principe de non pertinence de l'ordre (combien en aurais-tu compté si tu avais commencé par celui-là ?)

# Comparer des quantités

- Travailler sur le **vocabulaire** spécifique de la comparaison.
- S'appuyer sur des reformulations systématiques :

*Alice a 9 billes de plus que Zoé.*

→ *Zoé a 9 billes de moins qu'Alice.*

→ *C'est Alice qui a le plus de billes.*

→ *C'est Zoé qui a le moins de billes.*

*Etc.*

## Comment enseigner le nombre ?

# Enseigner le sens de l'égalité Décomposer

$$9 + 6 = ?$$

$$9 + 6 = 8 + 7$$

$$9 + 6 = 20 - 5$$

$$9 + 6 = 3 \times 5$$

$$9 + 6 = 10 + 5 \quad \text{etc.}$$

*et pas seulement  $9 + 6 = 15$*

## Comment enseigner le nombre ?

# Enseigner le sens de l'égalité Décomposer

→ le sens du signe  $=$  est souvent assimilé au signe de la calculatrice, c'est-à-dire comme permettant l'affichage du résultat après un calcul.



→ le travail sur les décompositions se fonde sur une signification du signe  $=$  comme lien entre deux écritures distinctes d'un même nombre, à lire dans les deux sens, de façon symétrique.

## Comment enseigner le nombre ?

# Travailler le calcul pour renforcer la numération

- Calculer, c'est « faire parler » les nombres, c'est jouer avec leurs propriétés.
- Calcul mental et calcul en ligne permettent de développer les connaissances sur les nombres ; ils font appel à leurs relations.
- Le calcul posé fait appel à la numération de position.

## Comment enseigner le nombre ?

# Résoudre des problèmes

Rencontrer les nombres dans leurs utilisations



Usage social (partagé entre la famille, l'école et tous les environnements de l'enfant)



Un usage mathématique dévolu à l'école

→ premier questionnement pour structurer sa pensée

# Enseigner les nombres

La numération orale  
Les premiers noms de nombres  
leur succession  
La régularité  
La numération écrite  
Décimale, de position  
Les unités de numération  
Correspondance entre chiffres et  
noms des nombres  
Les symboles  $+$   $=$   
La droite graduée  
**Le conditionnement**

Le sens du nombre  
La quantité  
Le dénombrement  
La décomposition  
La comparaison  
La transformation  
La mesure  
Les opérations

**Les problèmes**

**Résoudre des problèmes est le sens de  
l'activité mathématique.**

## Enseigner les nombres

**Ce qui relève du  
système des  
signes  
De la convention**

**Ce qui relève du  
concept**

**Résoudre des problèmes est le sens de  
l'activité mathématique.**

# Les textes

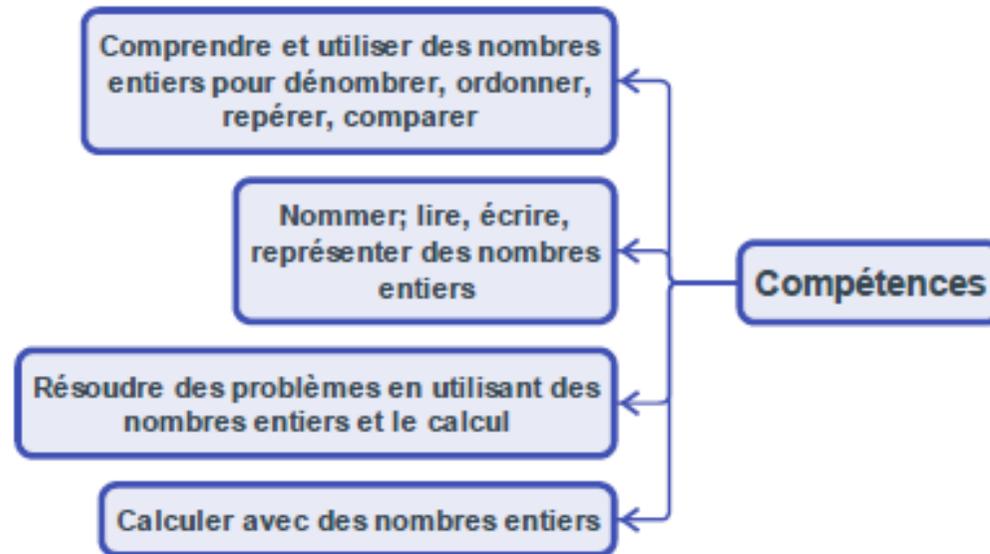
Programmes d'enseignement  
B.O. du 26 juillet 2018

Rapport Villani-Torossian

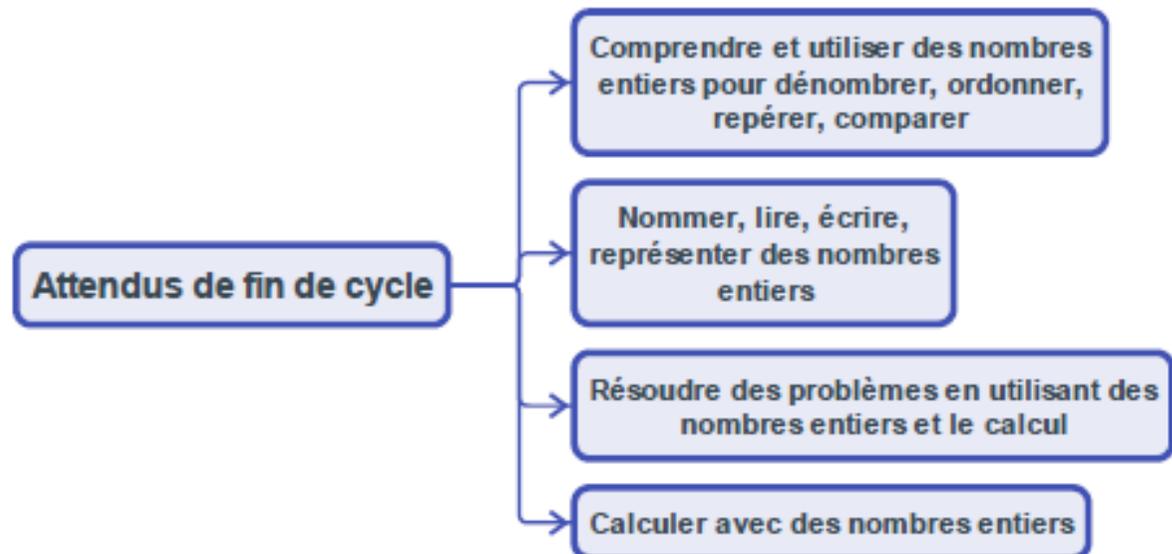
Repères annuels de progression

# Les programmes

**Chercher**  
**Modéliser**  
**Représenter**  
**Raisonner**  
**Calculer**  
**Communiquer**



**MATHEMATIQUES - C2 - Nombres  
et Calculs | BO 26/07/2018**



## Mathématiques : efficacité, plaisir et ambition pour tous

Développer le **plaisir** et le **sens de l'effort** chez l'élève. Ne pas sous-estimer son potentiel : proposer un contenu ambitieux, accessible et l'encourager.

Rééquilibrer l'enseignement mathématique autour du triptyque  
**manipuler/verbaliser/abstraire.**

Passer du « **faire** » à « **apprendre** » : le « faire » a donné lieu à une dérive de manipulations sans structuration.

Expliciter les liens entre la **langue française** et les mathématiques

*D'après 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*

Rapport remis le 12 février 2018

par Cédric Villani, député de l'Essonne et Charles Torossian, inspecteur général de l'éducation nationale



**Manipuler**

**Verbaliser**

**Abstraire**





## Le choix du matériel





Réglettes Cuisenaire



Boîtes Pic-billes



Allumettes / bâtonnets

Qu'est-ce que ce matériel construit ?

Quelles limites ?



Cubes emboîtables

### *Quelques éléments de réponse ...*

- doit permettre de passer du « **faire** » à « **apprendre** »
- construire, valider ou vérifier
- faire apparaître l'inclusion pour pouvoir dépasser la manipulation et accéder à l'abstraction
- ne doit pas « enfermer » les élèves dans un certain type de représentation ou dans l'utilisation de couleurs
- Vigilance : penser à la congruence

## Analyse d'une vidéo



« Jeu de la centaine »

## Gestes professionnels

- Optimiser le temps pendant lequel les élèves font effectivement des mathématiques pendant chaque séance
- Procéder à un enseignement explicite
- Mettre les élèves en posture de chercheur, lien avec les autres disciplines
- S'appuyer sur la langue française au service des mathématiques
- Faire le choix des outils
- Interroger la progressivité, le fichier
- Gérer l'hétérogénéité
- Repérer et comprendre les erreurs des élèves
- Distinguer *réussir* et comprendre, *faire* et apprendre
- Manipuler, verbaliser, abstraire
- Donner place à l'institutionnalisation, la trace écrite

